

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
Centro Sócio Econômico – CSE
Departamento de Economia e Relações Internacionais

MÁRCIO HENRIQUE PRATES DOS SANTOS

**INVESTIGAÇÃO DO PRÊMIO PELO RISCO
DO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Florianópolis, 2017

MÁRCIO HENRIQUE PRATES DOS SANTOS

**INVESTIGAÇÃO DO PRÊMIO PELO RISCO
DO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Monografia submetida ao curso de Ciências
Econômicas da Universidade Federal de Santa
Catarina, como requisito obrigatório para a
obtenção do grau de Bacharel.

Orientador: Dr. André Alves Portela Santos

Florianópolis, 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

MÁRCIO HENRIQUE PRATES DOS SANTOS

**INVESTIGAÇÃO DO PRÊMIO PELO RISCO
DO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

A Banca Examinadora resolveu atribuir a nota 10,0 ao aluno Márcio Henrique Prates dos Santos na disciplina CNM 7107 – Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Alves Portela dos Santos
Orientador, CNM/UFSC

Prof. Dr. Eraldo Sérgio Barbosa da Silva
Membro da Banca, CNM/UFSC

Alexandre Schwinden Garcia
Membro da Banca, PPGeco

AGRADECIMENTOS

Ninguém faz nada sozinho. Aprende-se pelo convívio com amigos, família e, quando se estuda, ao subir nos "ombros dos gigantes". Mas jamais conseguiria agradecer aos gigantes ou a todos que, de alguma forma, contribuíram com meu aprendizado. Cada conversa que tive, com cada pessoa em meu caminho, contribuiu de alguma forma para aprimorar o que sou. Então, se tivemos boas conversas algum dia, obrigado! Mas, em particular, algumas pessoas tiveram um impacto direto e importância fora do comum nesta jornada. Inicialmente, nada disto seria possível sem a contribuição inestimável que minha mãe, Laize Helena, me dá continuamente e desde sempre. Me ensinando o valor do respeito, do estudo e da tolerância, determinou os valores fundamentais para meu interesse curioso e verdadeiro na ciência. Se algum dia eu puder alcançar algum grande feito, será por mérito mais dela do que meu.

Agradeço também aos membros da LUAA por me ajudarem a desenvolver o espírito crítico e me mostrarem que o debate sério, tolerante, respeitoso e com liberdade absoluta de consciência é sim possível. Agradeço ao Paulo Mário pelos desafios intelectuais e à Marina Andrade por me permitir ver um mundo mais amplo do que via antes deste bacharelado.

E este curso nada seria sem os professores, que se dedicam e entregam o que tem de mais valioso sem pedir muito em troca. Com alguns tive pouco contato, outros tiveram influência direta sobre minha maneira de pensar, assim, a admiração que nutro por todos (mesmo os que não couberam aqui) é incondicional. Profs. Fernando Seabra e Guilherme de Oliveira, por se mostrarem economistas completos e dedicados; Sérgio da Silva e Daniel Vasconcelos, pelo estímulo à crítica inteligente; Profas. Brena Fernandez e Solange Marin por abrir minha cabeça para o que de fato é ciência; e muito especialmente ao Prof. André Portela por ter sido um verdadeiro mentor e mestre, iluminando o caminho nesta longa jornada e neste trabalho. Não haverá forma de retribuir tal luz a não ser com o mais sincero obrigado!

Este trabalho jamais seria possível sem o auxílio direto dos colegas de curso que estiveram ao meu lado em todos os desafios deste bacharelado. E de tanto convívio com essas pessoas maravilhosas, viraram amigos do coração: Dioner Segala, Akauã Arroyo e Carolina Piazza. Espero que ainda possamos construir muito juntos e que os trocadilhos não cessem.

Mais do que especialmente, agradeço à Camyla Kuhnen por ser minha companheira amorosa e compreensiva, que me apoia incondicionalmente desde quando nos conhecemos, servindo sempre de inspiração e exemplo de pessoa admirável.

*"Doubt is an uncomfortable condition,
but certainty is a ridiculous one."*

(Voltaire)

RESUMO

Este trabalho busca investigar, empiricamente, o prêmio pelo risco do mercado de ações brasileiro no período de 2003 a 2016. O interesse da análise é verificar se o retorno esperado em ativos arriscados compensou o risco adicional no período, quando comparado à taxa livre de risco. Após uma apresentação das teorias que dão base ao tema e de possíveis métodos para análise do prêmio pelo risco, parte-se do CAPM (modelo de apreçamento de ativos de capital) enquanto modelo de estimação *ex ante*, de abordagem indireta, do retorno dos ativos. É também utilizado o modelo Fama-MacBeth (1973) de duas etapas a partir de dados diários de retorno do mercado, construídos em portfólios, tomando como taxa livre de risco tanto a taxa *Swap* DI de 30 dias, brasileira, quanto a taxa de *T-Bills* de 3 meses, dos EUA. Os resultados indicam um prêmio médio muito próximo a zero para o período inteiro, com coeficientes gama dos prêmios pelo risco diários sendo positivos em 48,82% das 3.462 observações, mas significantes em apenas 43,53% (com $\alpha = 0,05$) ou 30,5% (com $\alpha = 0,01$). A agregação da análise, em uma base ano a ano, revela poucos anos em que o prêmio pelo risco médio foi positivo. Em particular, os anos 2008 e 2016 mostraram prêmio positivo, assimetria positiva e curtose pronunciadas. Em vista do período analisado, não é possível afirmar com segurança que o investimento em ativos arriscados compensou o risco adicional.

Palavras-chave: Enigma do prêmio pelo risco. Mercado de ações. CAPM. Fama-MacBeth. Brasil.

ABSTRACT

This work seeks to empirically investigate the equity risk premium of the Brazilian stock market over the period 2003 to 2016. The interest in the analysis is to verify whether the expected equity return did compensate for the additional risk in the period, when compared against the risk-free rate. After presenting the theories that support the subject and choices of methods for the equity premium analysis, the CAPM (capital asset pricing model) is chosen as an *ex ante* estimation model, as an indirect approach, to the equity return. The Fama-MacBeth (1973) two stages model is also used from daily market return data, based on portfolios and assuming as the risk-free rate both the Brazilian 30-day Swap DI rate and the American 3-month T-Bills rate. The results indicate an equity risk premium very close to zero for the entire period, with the estimated daily equity premium gamma coefficients being positive in 48.82% of the 3,462 observations, but being significant in only 43.53% (if $\alpha = 0.05$) or 30.5% (if $\alpha = 0.01$). The yearly basis aggregation reveals few years for which the average equity premium was positive. In particular, the years 2008 and 2016 showed positive premium, positive asymmetry and pronounced kurtosis. Considering the analysed period, it is not possible to confidently state that the equity investment compensated the additional risk.

Keywords: Equity risk premium puzzle. Stock market. CAPM. Fama-MacBeth. Brazil.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Portfólios eficientes de combinações risco-retorno.	18
Figura 2 - Curva de oportunidade de investimento.	19
Figura 3 - Linha de mercado de capitais.	21
Figura 4 - Betas dos fatores mercado, inflação e produtividade.	33
Figura 5 - As três dimensões das óticas do prêmio pelo risco.	45
Figura 6 - Prêmio pelo risco do mercado brasileiro com base em <i>Swap</i> DI 30 dias.	51
Figura 7 - Distribuição anual das frequências dos gamas.	52
Figura 8 - Boxplot da distribuição das estatísticas do teste- <i>t</i>	54
Figura 9 - Comparação entre prêmio pelo risco <i>ex ante</i> e <i>ex post</i> (realizado).	55
Figura 10 - Prêmio pelo risco do mercado brasileiro com base em <i>T-Bills</i> de 3 meses.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Prêmio pelo risco dos EUA utilizando diferentes conjuntos de dados.....	39
Tabela 2 - Prêmio pelo risco em diferentes países.	39
Tabela 3 - Estatísticas do prêmio pelo risco realizado e estimado, 2003 a 2016.	50
Tabela 4 - Estatísticas descritivas do prêmio estimado do mercado brasileiro ano a ano.....	52
Tabela 5 - Gamas diários com estatística- <i>t</i> significativa e positivos a cada ano.	53
Tabela 6 - Estimativas com dados até o ano de 2001 do prêmio pelo risco dos EUA.	57
Tabela 7 - Estimativas do prêmio pelo risco brasileiro conforme diversos autores.	58

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1. TEMA E PROBLEMA DE PESQUISA	10
1.2. OBJETIVOS	12
1.2.1. Objetivo geral.....	12
1.2.2. Objetivos específicos.....	13
1.3. JUSTIFICATIVA	13
1.4. METODOLOGIA.....	14
2. REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1. TEORIA MODERNA DE CARTEIRAS.....	17
2.2. ESTIMAÇÃO ATRAVÉS DO MODELO CAPM	22
2.3. O MODELO DE FAMA-MACBETH	24
2.4. LIMITAÇÕES E MODELOS ALTERNATIVOS AO CAPM.....	29
2.4.1. Modelos APT: teoria de apreçamento por arbitragem	32
2.4.2. Modelos multifatoriais	33
2.5. O PRÊMIO PELO RISCO E O SEU ENIGMA.....	35
2.5.1. O prêmio é decorrente da tolerância a risco sistemático?	40
2.5.2. Outras hipóteses.....	42
2.5.3. Consenso, prêmio futuro, nenhum prêmio.....	44
3. ESTUDO EMPÍRICO	47
3.1. CARACTERÍSTICAS DO ESTUDO	47
3.2. APRESENTAÇÃO E ESCOLHA DOS DADOS	47
3.2.1. Escolha da taxa livre de risco	48
3.3. ESTIMAÇÃO VIA CAPM COM ABORDAGEM DE DUAS ETAPAS	49
3.4. RESULTADOS ALCANÇADOS	50
3.4.1. Comparação com resultados de estudos anteriores.....	56
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	59
REFERÊNCIAS.....	63
APÊNDICE A – Código de <i>R</i> para estimação do prêmio com <i>Swap</i> DI 30 dias.....	67
APÊNDICE B – Código de <i>R</i> para estimação do prêmio com <i>T-Bills</i> 3 meses	69

1. INTRODUÇÃO

1.1. TEMA E PROBLEMA DE PESQUISA

O pensamento *mainstream* em análise de investimentos, baseado na teoria moderna de portfólio de Markowitz (1952), sugere que, para um dado grau de aversão a risco¹, investidores escolhem alocar os seus recursos através de uma avaliação simultânea do risco e da expectativa de retorno que um ativo pode proporcionar. De acordo com essa teoria, ativos arriscados devem apresentar retornos maiores do que ativos livres de risco. Mas como deve ser encarada a atividade de investimento em um mercado em que, no decorrer de um longo período de análise, ativos arriscados apresentam, em diversos momentos, retornos inferiores a ativos que supostamente deveriam ser livres de risco?

Tal noção de um prêmio pelo risco é um aspecto fundamental para a prática de investimentos e estudos dentro da área de finanças, mas sua estimação sempre se mostrou desafiadora. Há muita divergência sobre quais valores melhor representam o prêmio pelo risco de cada país, em qualquer longo período de tempo, e as estimativas costumam variar consideravelmente entre autores, dependendo de seus métodos, períodos analisados e países que serviram como estudo de caso.

O desafio no estudo do prêmio pelo risco envolve um enigma, melhor explorado pela primeira vez por Mehra e Prescott (1985), dando origem à sua definição enquanto um grande tema, debatido desde então por inúmeros autores, mas com pouco consenso. O enigma foi definido por Mehra e Prescott (2003, p. 54, tradução nossa) como "a incapacidade de modelos econômicos intertemporais padrões de racionalizar as estatísticas que caracterizaram os mercados financeiros dos EUA no século passado" e reconheceram que, em 1985 "[o prêmio pelo risco] era de uma magnitude maior do que poderia ser racionalizada no contexto dos paradigmas neoclássicos padrões da economia financeira enquanto um prêmio por suportar risco" (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 2, tradução nossa). Tal resultado perdura na avaliação mais recente de tais autores, mas enfrenta questionamento quanto ao valor dos prêmios obtidos: se devem ser diferentes de zero (quando eliminadas as idiosincrasias de diferentes países e períodos), sendo questionados até mesmo quanto à existência de tal enigma.

¹ Aversão a risco pode ser tratada como a medida de recompensa que o investidor requer para cogitar um investimento com risco adicional.

Apesar da diversidade de métodos e modelos possíveis para estimação do prêmio pelo risco, a literatura mostra que métodos *ex post* (com base no mero levantamento histórico de retornos passados) não parecem capazes de refletir a expectativa dos investidores no momento em que avaliam o risco e tomam suas decisões de investimento. Assim, a opção de estimação através de modelos de mercado – em uma abordagem *ex ante* – se mostra uma escolha teórica mais adequada, conforme a maioria dos autores avaliados².

Resta, assim, a definição de qual modelo de apreçamento, quais métodos e escolha de premissas levam a uma possibilidade de melhor estimação do prêmio pelo risco. A adoção do modelo de dividendos descontados de Gordon (1962) fornece uma alternativa mais direta para o cálculo do prêmio, baseada na expectativa de dividendos, em uma visão fundamentalista. Esta opção parece adequada para estimações de longo prazo, conforme alegaram Rozeff (1984) e Fama e French (2002), porém estes últimos alertaram para a possibilidade de viés no retorno esperado incondicional, quando se utiliza uma taxa de crescimento média dos dividendos para estimar uma taxa esperada de ganho de capital. Adicionalmente, pode ser mais difícil consolidar informações de divulgação de dividendos junto a dados de mercado quando se utiliza períodos de frequências mais altas. Isto limita a escolha de períodos disponíveis, de forma que se torna necessária a adoção de frequências trimestrais ou anuais para a estimação, necessitando também de prazos mais extensos e tornando o trabalho de estimação mais difícil em mercados menos maduros, como o brasileiro.

Há ainda a abordagem de uma via indireta, através de modelos de apreçamento aos moldes do CAPM (capital asset pricing model). Estes modelos permitem estabelecer uma relação entre o prêmio pelo risco esperado e o risco sistemático dos ativos (BLACK; JENSEN; SCHOLES, 1972) e, em versões alternativas, incluir elementos adicionais de explicação do retorno das ações. Apesar das limitações e premissas simplificadoras de tais modelos, abordagens com modelos de apreçamento de ativos se mostram uma escolha mais elaborada para estimação do prêmio pelo risco, ao passo que permitem capturar os efeitos das variáveis que podem influenciar o prêmio – através do beta ou outros fatores de risco³ – e,

² Mehra e Prescott (1985) já tratavam disso, mas a questão pareceu mais consolidada nos estudos de outros autores, como Fama e French (2002) e Dimson, Marsh e Staunton (2008). No Brasil, Cysne (2006), Rogers e Securato (2009) e Gonçalves Júnior et al. (2011), por exemplo, entre muitos outros.

³ Kothari, Shanken e Sloan (1995 apud Marin e Rubio 2001) deram suporte ao beta enquanto medida adequada de risco, ao passo que Fama e French (1993) apontaram ao menos cinco fatores de risco para o mercado de ações. De qualquer modo, modelos de apreçamento - sejam eles quais forem - são capazes de captar estes efeitos de uma forma que um modelo de dividendos descontados (de uma abordagem *ex ante* direta) acaba por ignorar.

também, explicar tanto o efeito de tais relações, quanto indicar uma medida da parcela não observada do fenômeno do prêmio pelo risco, contida no elemento do resíduo do modelo.

Uma parte dos trabalhos empíricos que buscam estimar o prêmio pelo risco, para países e períodos particulares, usa estes tipos de modelos para a estimação, como Marín e Rubio (2001), por exemplo, que partiram do modelo de três fatores de Fama e French (1992). Especificamente no caso brasileiro, Rogers e Securato (2009) iniciaram sua análise utilizando tanto o CAPM, quanto o modelo de três fatores derivado do primeiro, e uma adaptação do CAPM chamada *reward beta approach*. Gonçalves Júnior et al. (2011) fizeram um paralelo entre métodos distintos, tanto *ex post* quanto *ex ante*, pela via direta e indireta, para estimação do prêmio pelo risco. De tal forma, o estudo do tema se torna bastante prolífico, com diversos métodos, estudos de caso e teorias alternativas, com exploração e eventual relaxamento de distintas premissas.

Com base, então, nesse conceito fundamental de prêmio pelo risco, este trabalho, de natureza aplicada, busca investigar o caso particular do mercado brasileiro de ativos e títulos, em um horizonte de tempo pretensamente longo, como forma de tentar entender até que ponto o prêmio pelo risco do mercado acionário brasileiro recompensa o risco adicional, quando comparado à taxa livre de risco brasileira. Com isso, provoca o interesse por um estudo empírico que estime o prêmio pelo risco do mercado brasileiro e aponte os momentos em que o prêmio foi diferente do preconizado pela teoria.

1.2. OBJETIVOS

Como forma de contribuição à área de análise de investimentos, este trabalho apresenta um objetivo geral e quatro objetivos específicos, como meio de investigação da problemática apresentada.

1.2.1. Objetivo geral

Verificar se o retorno do investimento em ações do mercado brasileiro compensa o risco adicional enfrentado pelos investidores, quando comparado ao persistente patamar da taxa livre de risco brasileira, representada pela sua taxa básica de juros (meta SELIC).

1.2.2. Objetivos específicos

- Avaliar trabalhos anteriores, teóricos, sobre a teoria moderna de carteiras;
- Avaliar trabalhos anteriores, tanto teóricos quanto empíricos, sobre o modelo CAPM e derivações em modelos e métodos de estimação alternativos;
- Avaliar trabalhos anteriores, teóricos e empíricos, a respeito do prêmio pelo risco;
- Estimar um modelo econométrico para tentar identificar qual o prêmio pelo risco do mercado brasileiro em um período longo e recente;

1.3. JUSTIFICATIVA

A análise do prêmio pelo risco pode se mostrar especialmente útil para agentes de mercado, de forma a ajudar a orientar o comportamento de investidores, em especial suas estratégias de investimento em um contexto em que investidores institucionais e de varejo buscam se proteger de incertezas através de investimento em ativos livres de risco. Também, em um contexto em que é necessário que haja uma rede de incentivos bem ajustada para que investimentos fluam para ativos arriscados em alguma medida, dando sentido à existência da bolsa de valores. Fama e French (2002, p. 637, tradução nossa) atentaram para a importância do tema no que apontaram que "o prêmio pelo risco é importante em decisões de alocação de portfólio, para estimar o custo do capital, para o debate sobre as vantagens do investimento dos fundos da Previdência em ações e muitas outras aplicações".

Caso a hipótese de prêmio negativo pelo risco se mostre perene em um período de mais longo prazo, o trabalho se justifica ainda ao sugerir a real dimensão da falta de incentivos para investimentos no setor produtivo através de empresas de capital aberto e, por consequência, seu impacto sobre a economia real.

O trabalho parte de uma abordagem já utilizada anteriormente para o caso brasileiro por autores como Gonçalves Júnior et al. (2011) – uma abordagem *ex ante*, pela via de modelos de mercado – mas, neste caso, através de um método distinto de estimação, que acrescenta e contribui para a apreciação de diferentes métodos e resultados na estimação do prêmio pelo risco. Marín e Rubio (2001, p. 413, tradução nossa) enaltecem como é importante que "[se note] que estas diferentes abordagens incidem diretamente sobre a forma que os diversos modelos têm de explicar a compensação pelo risco suportado pelos agentes econômicos ao tomar suas decisões de carteira".

1.4. METODOLOGIA

Para cumprir com os objetivos expostos, este trabalho conta com uma breve revisão bibliográfica, a fim de desenvolver o tema do prêmio pelo risco em linhas gerais, utilizando trabalhos prévios de autores tanto sobre a temática propriamente dita, quanto trabalhos destacados dentro da teoria de análise de investimentos e finanças; nesta etapa, a pesquisa tem característica bibliográfica quanto a procedimentos. Posteriormente, tem caráter documental quanto a tal quesito, ao que serão apresentadas as premissas, os dados obtidos de fontes secundárias e os resultados do estudo empírico – o foco deste trabalho – visando dar resposta aos questionamentos implícitos na problemática deste trabalho. Sendo a parte empírica a mais relevante para a sua justificativa, ele se apresenta na forma de uma pesquisa essencialmente descritiva quanto a objetivos, buscando associar variáveis (MARCONI; LAKATOS, 2003), e quantitativa quanto à abordagem, utilizando levantamento de dados prévios e ferramental estatístico e geração de hipóteses (PRODANOV; FREITAS, 2013). De natureza aplicada, com interesse local para investidores do mercado brasileiro, autoridades governamentais e outros agentes impactados por este mercado, pretende contribuir para a discussão e solução de problemas reais do cotidiano da economia brasileira.

O trabalho tem como limites o levantamento bibliográfico de trabalhos relacionados à problemática do prêmio pelo risco – tanto no nível teórico quanto nas observações de experiências semelhantes, em estudos de outros mercados ou períodos – como forma de tentar dar resposta às questões levantadas. Também se limita, no nível empírico, à análise das variáveis de risco e retorno do mercado acionário e de títulos da dívida pública brasileira e dos EUA, bem como ao período de análise escolhido (de 2003 e 2016, com frequência diária), na tentativa de analisar um período pretensamente longo⁴ e tentar eliminar particularidades de períodos de sobressaltos em uma ou outra variável observada.

A questão da estimação do prêmio pelo risco encontra desafios metodológicos de acordo com o método de mensuração utilizado, que tratam essencialmente de escolhas sobre a estimação *ex ante* ou *ex post*. A abordagem *ex post* tem caráter retrospectivo e usa dados históricos para estimar o prêmio de maneira direta e verificável no mundo real, mas traz

⁴ Mehra e Prescott (1985), ao estudaram o enigma do prêmio pelo risco, já vislumbravam a necessidade de longas séries para análise do prêmio. Com a adoção de uma abordagem indireta *ex ante* neste trabalho, é importante notar que "se supõe que ditas (racionalidade das expectativas) são em média corretas e, portanto, em períodos suficientemente extensos, os rendimentos observados podem empregar-se como aproximações adequadas a ditas expectativas" (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 414, tradução nossa).

consigo alguns problemas: erros de estimativa tornam necessário que as séries apresentem um conjunto de dados com erro-padrão significativamente baixo, diante da variância costumeiramente elevada em séries desta espécie; o conjunto de dados deve, então, ser suficientemente longo no decorrer da série. Também, conforme mostraram Mehra e Prescott (1985), os dados⁵ passados não parecem refletir um grau de aversão a risco adequado ao prêmio verificado, dando origem ao enigma do prêmio pelo risco.

Diante dessas dificuldades, estudos⁶ na área sugerem que o uso de abordagens *ex ante* para estimação do prêmio são mais adequadas, refletindo a expectativa de ganho diante do risco – o prêmio pelo risco – dos investidores no momento em que o investimento é feito. Tais estudos dividem esta abordagem *ex ante* em pelo menos duas vias: uma direta, prospectiva, baseada na tentativa de previsão de alguma medida de retorno – a partir de lucros, dividendos, por exemplo – e uma indireta, através de um algum modelo de apreçamento de ativos.

Para este estudo, foi utilizada esta última abordagem, pelos seguintes motivos: a abordagem *ex post* mostra restrições quanto ao grande número de observações necessárias, em um longo período de tempo, que não se apresenta disponível para o mercado brasileiro; e a abordagem *ex ante* direta, que igualmente necessita de uma amostra grande, inviabilizaria o uso de dados de mercado diários ou mensais, dado que dependeria da divulgação de resultados de lucros ou dividendos, que na melhor das hipóteses têm frequência trimestral. Também, a abordagem com modelos de apreçamento de ativos permite melhor estimar a influência do risco beta e outros fatores de risco sobre o prêmio pelo risco, explicitando o resíduo nas estimações do prêmio em cada período avaliado.

Com a adoção da via indireta, resta a questão sobre qual modelo melhor se adequa à necessidade de estimação do prêmio. A escolha partiu do CAPM de William F. Sharpe (1964) enquanto modelo de apreçamento⁷ para estimar o prêmio pelo risco, com a adoção de métodos de contrastes do modelo de duas etapas de Fama e MacBeth (1973), como forma de controlar eventuais problemas econométricos que emergem na utilização do CAPM em sua versão tradicional.

⁵ Avaliaram o mercado americano, em um horizonte temporal consideravelmente longo, para levantar a hipótese de um paradoxo entre o retorno de se investir em ativos arriscados e um necessariamente elevado e injustificável grau de aversão ao risco, dando origem ao enigma do prêmio pelo risco.

⁶ Os próprios Mehra e Prescott (1985) e, no caso brasileiro, Gonçalves Júnior et al. (2011), por exemplo.

⁷ Sharpe teve ciência de que, quase simultaneamente à sua formalização do modelo CAPM, John Lintner (1965) elaborava um modelo muito semelhante. É frequentemente referido na literatura como modelo Sharpe-Lintner-Mossin, em menção a seus principais proponentes.

A escolha do período foi determinada como sendo de 2003 a 2016 (o ano completo mais recente e o período mais longo possível), conforme disponibilidade de dados na base do NEFIN (Núcleo de Pesquisa em Economia Financeira) da FEA-USP. A frequência dos dados é diária, de modo a obter a maior amostra possível para tal intervalo de anos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. TEORIA MODERNA DE CARTEIRAS

Sob a visão de um investidor interessado em obter o melhor retorno possível diante de dado risco – ou ainda, o menor risco diante de dado nível de retorno – a contribuição da teoria moderna de carteiras (ou TMC) de Markowitz (1952) se estabeleceu como a pioneira para análise de portfólio. Ela vai além da mera observação de risco e retorno, ao incluir a possibilidade e ressaltar a importância de se construir portfólios de ativos como forma de adequar tal relação ao perfil de cada investidor por meio da diversificação.

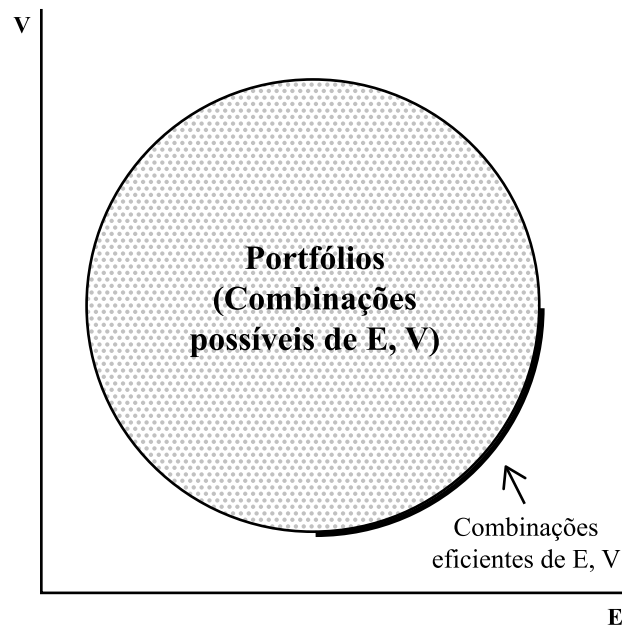
Através dela, se apresenta a possibilidade de redução de risco para um dado nível de retorno e mostra que "[...] na tentativa de tornar a variância menor não é suficiente investir em muitos ativos. É necessário evitar investir em ativos com altas covariâncias entre eles mesmos" (MARKOWITZ, 1952, p. 89, tradução nossa), de modo que não importa somente a escolha de ativos ou portfólios, mas a combinação entre eles⁸. Dado que o objetivo de cada investidor ao adquirir um ativo é obter seu retorno esperado no maior valor possível, e considerando que cada ativo tem seu retorno esperado sob comportamento aleatório e sujeito à variabilidade, adota-se alguma medida de desvio como medida de risco – no caso, o desvio-padrão. A teoria trata, então, do retorno esperado de cada ativo, do desvio-padrão e da forma como covariam os ativos dentro de um portfólio.

A TMC, na visão de Markowitz, serve tanto como análise teórica quanto para seleção prática de portfólios. Apesar de partir da hipótese de mercados eficientes de Fama (1970), a TMC atenta para necessidade de combinar "técnicas estatísticas e o julgamento prático" (MARKOWITZ, 1952, p. 91, tradução nossa), de modo que, dentro de um arranjo estatisticamente construído de portfólios eficientes, o investidor possa usar seu julgamento para escolher aquela combinação que a ele seja preferível em termos de risco e retorno. Markowitz (1952) demonstrou, algébrica e geometricamente, como é possível construir uma superfície com o conjunto de portfólios eficientes e de combinações risco-retorno. Tal abordagem levou à conceituação da fronteira eficiente, como o limite de tal superfície que

⁸ Markowitz (1952, p. 89) explicou que, ao se escolher entre dois portfólios, a única maneira da variância ou risco não ser reduzida seria a escolha de dois portfólios que fossem perfeitamente correlacionados.

contém os portfólios/combinções retorno-risco mais eficientes⁹, restando ao fator do grau de aversão ao risco de cada investidor a decisão de escolher portfólios mais próximos à extremidade que maximiza o retorno ou à extremidade que minimiza o risco (Figura 1, em que E corresponde à expectativa de retorno e V à medida de risco/variação).

Figura 1 - Portfólios eficientes de combinações risco-retorno.



Fonte: elaboração própria (2017) com base em Markowitz (1952).

Sharpe (1964) deu continuidade aos trabalhos de Markowitz ao avaliar os preços de ativos de capital, em especial a alocação de recursos dentro da ótica de risco-retorno. Avaliou que, sob comportamento racional (no sentido de diversificação apresentado por Markowitz), um investidor pode alcançar qualquer ponto sobre a linha de mercado de capitais, de modo que o "mercado apresenta a ele dois preços: o preço do tempo, da taxa de juros pura (mostrada pela interseção da linha com o eixo horizontal), e o preço do risco, o retorno esperado adicional por unidade de risco gerado (a recíproca da inclinação da linha)" (SHARPE, 1964, p. 425, tradução nossa). Além de ter dado continuidade à análise de portfólios, tal trabalho trouxe grande contribuição ao esclarecer muito da relação entre risco e o preço de um ativo,

⁹ "A relação retorno-risco afirma que o investidor iria (ou deveria) querer selecionar algum dos portfólios que ascendem à combinação risco-retorno indicada como eficiente [...] aquelas com variância mínima para um dado valor esperado ou mais e valor esperado máximo para uma dada variância ou menos" (MARKOWITZ, 1952, p. 82, tradução nossa).

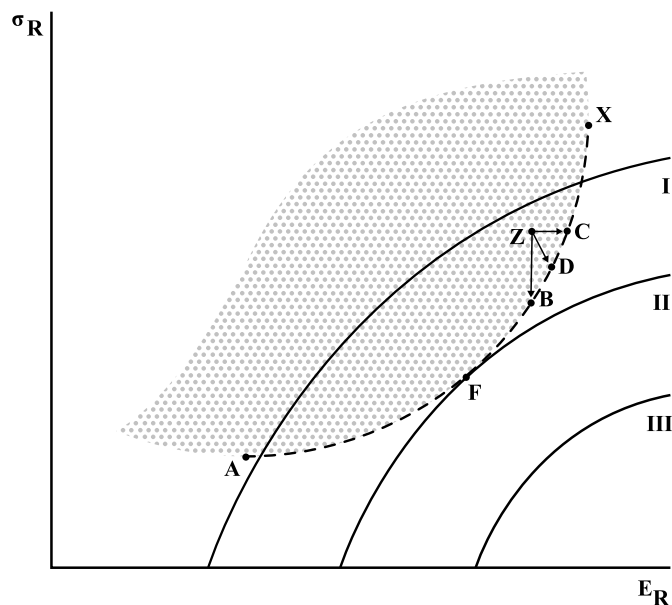
culminando com o desenvolvimento¹⁰ do modelo de apreçamento de ativos de capital, CAPM, explorado em particular na seção 2.2.

A abordagem de média-variância¹¹ adotada por ambos os autores sugere que, diante de distribuições probabilísticas de resultados, um investidor age sobre a análise dos parâmetros valor esperado e desvio-padrão, de tal forma que sua função utilidade tem a forma de

$$U = f(E_w, \sigma_w), \quad (1)$$

em que E_w indica a riqueza esperada futura e σ_w indica o desvio-padrão previsto de tal riqueza. Adicionalmente, é presumido que investidores preferem – tudo mais constante – uma maior riqueza esperada futura, $\frac{dU}{dE_w} > 0$, e apresentam aversão ao risco, escolhendo um investimento com menor desvio-padrão da riqueza para um determinado nível de riqueza esperada futura, $\frac{dU}{d\sigma_w} < 0$. Tais presunções implicam a inclinação ascendente das curvas de indiferença que relacionam E_w e σ_w , de modo que a Figura 2 resume esse conjunto de curvas em que as mais à direita indicam níveis mais altos de utilidade (SHARPE, 1964, p. 428).

Figura 2 - Curva de oportunidade de investimento.



Fonte: elaboração própria (2017) com base em Sharpe (1964).

¹⁰ Veja nota de rodapé 7.

¹¹ Sharpe (1964, p. 428) apresentou a preocupação exposta por Markowitz de que a abordagem de média-variância poderia levar a previsões não satisfatórias, sendo preferível uma abordagem de semi-variância em muitos casos.

Assume-se que a riqueza final segue a equação $W_t = R \cdot W_i + W_i$ (em que W_t é a riqueza final, W_i a riqueza inicial e R a taxa de retorno do investimento), em que o investidor decide, entre os diversos conjuntos de oportunidade de investimento – com seus respectivos níveis de risco e retorno – qual é preferível, determinando assim a região de investimentos possíveis, representada pela área cinza da Figura 2. O investidor escolhe a posição que o coloca na curva de maior utilidade (ponto F), assim, duas etapas são necessárias: a) descobrir o conjunto de planos de investimento; e b) a escolha de um plano nesse conjunto.

Um plano de investimento é dito eficiente se não há alternativa de investimento com maior retorno para determinado risco (com menor risco para determinado nível de retorno ou maior retorno com menor risco). Seguindo esse raciocínio, por exemplo, a oportunidade de investimento Z é dominada por B, D, C, entre outras possibilidades. Assim, os únicos planos que serão escolhidos são aqueles sobre a curva A-X, determinando a curva de oportunidade de investimento¹² (SHARPE, 1964, p. 429). O autor demonstrou em sua obra a natureza da curva, mas tal detalhamento será evitado por hora, dado que o interesse é a apresentação do modelo CAPM e seu conceito geral, cabendo assim compreender que a curva de oportunidade de investimento tem tal formato por conta da correlação entre os ativos ser de um valor inferior a uma correlação positiva perfeita (SHARPE, 1964, p. 431).

Ao tratar do ativo livre de risco, Sharpe (1964, p. 431) demonstrou que, partindo da premissa de que seu risco é zero, é possível chegar à condição de alocação α em um ativo livre de risco P, sendo o restante alocado em um ativo arriscado A, de tal forma que a taxa de retorno esperada e o desvio-padrão de tal combinação seriam, respectivamente,

$$E_{Rc} = \alpha E_{Rp} + (1 - \alpha) E_{Ra}, \quad (2)$$

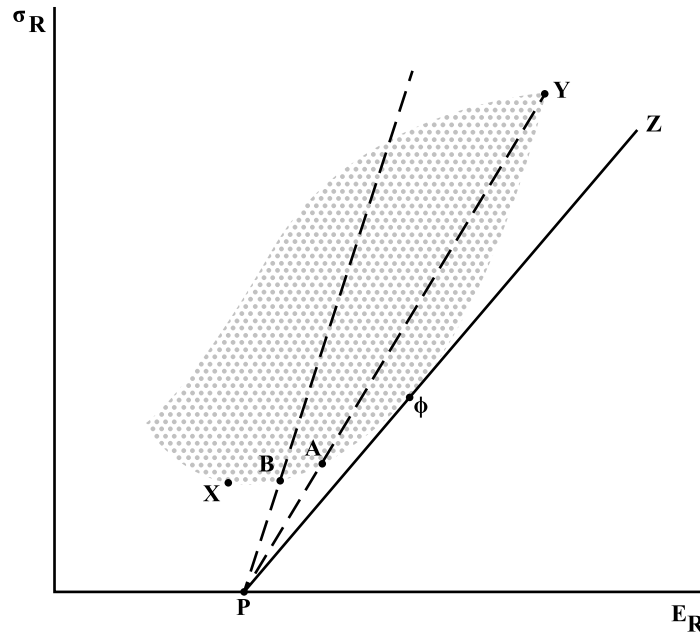
$$\sigma_{Rc} = (1 - \alpha) \sigma_{Ra}. \quad (3)$$

Isto levou o autor à conclusão de que, adicionalmente à curva de oportunidade de investimento, alocações que envolvam alguma combinação entre um ativo arriscado e o ativo livre de risco serão dominadas pela melhor combinação: aquela que aplica no ativo livre de risco P e na carteira ϕ , tangente à curva de oportunidade de investimento (Figura 3). Sharpe (1964, p. 433) discutiu que é o caso inclusive quando há possibilidade de obtenção de

¹² A contribuição de Sharpe para a TMC ficou clara quando este conclui que "esta curvatura é, em essência, o racional para a diversificação" (SHARPE, 1964, p. 431, tradução nossa)

dinheiro emprestado para aplicação em tais ativos arriscados; neste caso, se a taxa de obtenção do empréstimo for igual à remuneração do ativo livre de risco, no limite, a curva de oportunidade de investimento (dominante) será $P\phi Z$.

Figura 3 - Linha de mercado de capitais.



Fonte: elaboração própria (2017) com base em Sharpe (1964).

Cabe ressaltar que, considerando a hipótese de comportamento homogêneo dos investidores, mesmo o investidor avesso ao risco vai escolher alocar seus recursos em qualquer combinação entre o ativo P e a carteira ϕ , determinando o conceito da linha de mercado de capitais da forma abaixo, em que E_R é o retorno esperado do investimento combinado, E_ϕ é o retorno esperado da carteira ϕ , r é o retorno do ativo P, σ_ϕ é o desvio-padrão da carteira ϕ e σ_R é o desvio-padrão do investimento combinado:

$$E_R = r + \left(\frac{E_\phi - r}{\sigma_\phi} \right) \sigma_R. \quad (4)$$

Baseado na ideia de equilíbrio e de mercados eficientes e invocando duas premissas¹³ para seu modelo, Sharpe (1964, p. 435) sugeriu uma situação na qual qualquer investidor

¹³ As duas premissas usadas são: a) a taxa de juros para empréstimo e remuneração de ativos livre de risco é a mesma para todos os investidores; b) os investidores têm expectativas homogêneas para retorno e risco de cada ativo. Apesar de Sharpe reconhecer que são premissas restritivas, as defende enquanto instrumento teórico.

acabe interessado em investir parte de seus recursos na carteira ϕ , independente de sua preferência (por conta da capacidade de obter retorno livre de risco e de obter recursos emprestados), de modo a promover mudanças de preços de ativos não contidos na carteira ϕ . Redefinições¹⁴ contínuas de preços acabam levando à sua conclusão de que a tendência é que a curva de oportunidade de investimento se achate, permitindo uma série de combinações eficientes de ativos sobre tal curva. E é com base em tal relação entre diferentes tipos de risco e os preços de ativos que o autor parte para elaboração do modelo CAPM.

2.2. ESTIMAÇÃO ATRAVÉS DO MODELO CAPM

O modelo CAPM avaliado aqui, em sua versão mais usual, é frequentemente referido como CAPM Sharpe-Lintner-Mossin. É um modelo de apreçamento que leva em conta a sensibilidade de um ativo – representado pelo fator beta – ao risco não diversificável ou sistemático. Black, Jensen e Scholes (1972, p. 2, tradução nossa) sugeriram que "o principal resultado do modelo é a afirmação da relação entre prêmios pelo risco esperados sobre ativos individuais e seus riscos sistemáticos", sendo a relação determinada por

$$E(\tilde{R}_j) = E(\tilde{R}_m)\beta_j, \quad (5)$$

sendo os tils associados a variáveis aleatórias e

$$E(\tilde{R}_j) = \frac{E(\tilde{P}_t) - P_{t-1} + E(\tilde{D}_t)}{P_{t-1}} - r_f, \quad (6)$$

- $E(\tilde{R}_j)$ é o retorno adicional esperado do j -ésimo ativo;
- (\tilde{D}_t) os dividendos pagos sobre o j -ésimo ativo no tempo t ;
- r_f a taxa de juros do ativo livre de risco;
- $E(\tilde{R}_m)$ é o retorno adicional esperado de um portfólio de mercado consistindo de um investimento em todos os ativos, considerando a proporção em relação a seu valor;
- O risco sistemático do j -ésimo ativo é determinado por:

¹⁴ Tal mecanismo é explicado em detalhes em Sharpe (1964, p. 435).

$$\beta_j = \frac{cov(\tilde{R}_j, \tilde{R}_m)}{\sigma^2(\tilde{R}_m)}. \quad (7)$$

A primeira relação exposta pela equação (5) mostra que o retorno adicional esperado de um ativo é diretamente proporcional ao seu β , de tal forma que, se definirmos α_j como

$$\alpha = E(\tilde{R}_j) - E(\tilde{R}_m)\beta_j, \quad (8)$$

então a primeira relação exposta implica que α de todo ativo é zero. Conforme apontaram Black, Jensen e Scholes (1972, p. 2, tradução nossa), tal implicação leva a desdobramentos "em problemas orçamentários, análise de custo-benefício, seleção de portfólio, e outros problemas econômicos que requerem conhecimento da relação entre risco e retorno".

Apesar de reconhecido tal interesse, também ressaltaram considerações¹⁵ distribuídas pela literatura que "parecem indicar que o modelo não provém uma descrição completa da estrutura do retorno de ativos" de modo que "os α 's de ativos individuais dependem sistematicamente de seus β 's: que ativos de altos betas tendem a ter α 's negativos e que ações de baixos betas tendem a ter α 's positivos" (BLACK; JENSEN; SCHOLE, 1972, p. 3, tradução nossa).

A demonstração dos autores culmina em um das formas mais tradicionais do CAPM, em um modelo de um fator de risco, como sendo:

$$E(R_j) = r + \beta_{jm}(E(R_m) - r), \quad (9)$$

em que:

- $E(R_j)$ é o retorno esperado do ativo;
- r é a taxa de retorno do ativo livre de risco;
- β_{jm} é o fator de sensibilidade ao risco de mercado;
- $E(R_m)$ é o retorno esperado do mercado;
- $(E(R_m) - r)$ é a diferença entre o retorno esperado do mercado e a taxa de retorno do ativo livre de risco, definindo a noção de prêmio pelo risco.

¹⁵ Tais considerações levam os autores a elaborar testes adicionais e a chegar à proposição de um modelo diferente mas derivado do CAPM: o CAPM zero-beta.

Apesar de suas limitações¹⁶, parte-se de tal modelo como base para o apreçamento do retorno esperado dos ativos, em proporção à taxa livre de risco e o beta do mercado, na tentativa de estimar o prêmio pelo risco, objeto deste trabalho.

2.3. O MODELO DE FAMA-MACBETH

Através da abordagem *ex ante* – em particular, uma abordagem através de modelos de mercado – a literatura trata costumeiramente da utilização do modelo de Fama e Macbeth (1973) para estimação do prêmio pelo risco, como explorado por Marín e Rubio (2001) ao lidar com os contrastes dos CAPM¹⁷. Conforme Fama e Macbeth (1973, p. 609, tradução nossa), "as implicações do modelo de dois parâmetros para a análise de retornos esperados derivam da condição de eficiência ou da relação de risco-retorno esperado". Assim, culminou a equação (10) que estabelece a base do CAPM zero-beta de Black, Jensen e Scholes (1972), utilizado nesta seção:

$$E(\tilde{R}_i) = E(\tilde{R}_0) + [E(\tilde{R}_m) - E(\tilde{R}_0)]\beta_i. \quad (10)$$

[...] o retorno esperado para o ativo i é $E(\tilde{R}_0)$, o retorno esperado em um ativo livre de risco em um portfólio m , mais um prêmio pelo risco que é β_i vezes a diferença entre $E(\tilde{R}_m)$ e $E(\tilde{R}_0)$. A equação (10) tem três implicações testáveis: (C1) A relação entre o retorno esperado de um ativo e seu risco em qualquer portfólio eficiente m é linear. (C2) β_i é uma medida completa do risco de um ativo i em um portfólio m ; nenhuma outra medida de risco de i aparece em (10). (C3) Em um mercado de investidores avessos ao risco, maior risco deve ser associado com maior retorno esperado, isto é, $E(\tilde{R}_m) - E(\tilde{R}_0) > 0$ (FAMA; MACBETH, 1973, p. 610, tradução nossa).

Empiricamente, tais autores mostraram que as condições C1 a C3 parecem se sustentar e refletir a boa performance do modelo na explicação do comportamento dos retornos:

¹⁶ Sharpe (1964) sugeriu uma série de premissas simplificadoras para construção do modelo: a) os investidores têm apenas um período para decidir e alocar seus investimentos; b) consideram apenas o valor esperado do retorno e o desvio-padrão desse retorno no futuro; c) os mercados são eficientes, sem custos de transação, taxaço, sem problemas de informação assimétrica; d) os investidores são racionais e avessos ao risco; e) os investidores têm expectativas homogêneas sobre o retorno e variância do retorno; f) há um ativo livre de risco que permite que o investidor tanto obtenha retorno sem risco quanto tome emprestado à mesma taxa.

¹⁷ Diferentes modelos de avaliação se distinguem pela forma do componente de compensação pelo risco, em um modelo de apreçamento, portanto o interesse do meio acadêmico em explorar as metodologias de contrastes empíricos do CAPM (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 413).

Não se pode rejeitar a hipótese de que o apreçamento de ativos está em linha com as implicações do modelo de dois parâmetros para retornos esperados. E dado um modelo de apreçamento de dois fatores, o comportamento dos retornos através do tempo é consistente com um mercado de capital eficiente (FAMA; MACBETH, 1973, p. 625, tradução nossa).

Em termos mais práticos, para estimação dos betas – e, posteriormente, como é o objetivo final, para estimação dos prêmios médios – a utilização do modelo CAPM busca incorporar o rendimento esperado *ex ante* e o risco beta, não observável diretamente (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 415). Dada a importância de períodos suficientemente longos, como forma de garantir um bom uso de séries temporais para estimação, o modelo ainda faz supor que para se satisfazer é necessário um pressuposto de estacionariedade sobre os prêmios e sobre os betas. Tal pressuposto leva à adoção de carteiras em vez de ativos individuais na estimação dos betas e prêmios, mitigando a dificuldade em obter séries estacionárias dos retornos de ativos individuais (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 416). Adiciona-se o problema da impossibilidade de observação da verdadeira carteira de mercado, dado que bolsas de valores excluem uma miríade de outras formas de investimento que não têm cotações acessíveis a todo momento. Isto gera a necessidade de, também, para o CAPM se satisfazer, que a verdadeira carteira de mercado seja eficiente no sentido de média-variância:

Contrastar o CAPM é equivalente a contrastar que a verdadeira carteira de mercado é eficiente. Mais uma vez, o fato de não poder observar a verdadeira carteira de mercado torna impossível realizar dito contraste. Ao empregar a carteira de ativos como aproximação da verdadeira carteira de mercado, estamos realizando simplesmente um contraste sobre se a dita carteira é eficiente no sentido de média-variância (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 417, tradução nossa).

A proposição do modelo de duas etapas de Fama e Macbeth (1973) se mostrou útil por conta da seguinte situação exposta por Marín e Rubio (2001): um problema econométrico surge ao ser estimada uma única regressão do rendimento amostral médio de um ativo j , com o cálculo da média dos rendimentos de N ativos através do prêmio observado durante um período amostral de T meses, e em paralelo o cálculo dos betas de cada ativo. Na equação (11) γ_1 representa o prêmio pelo risco, γ_0 é o rendimento de uma carteira zero-beta, correspondente à taxa livre de risco, $\hat{\beta}_j$ é o beta de cada ativo j em relação ao prêmio e v_j corresponde ao resíduo:

$$\bar{R}_j = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_j + v_j ; j = 1, \dots, N. \quad (11)$$

O problema é que a estimação por mínimos quadrados ordinários (MQO), em tal caso, apresenta variâncias distintas dos ativos, o que leva a um problema de heterocedasticidade, com as variâncias dos ativos correlacionadas entre si, gerando um viés na estimativa da variância dos estimadores γ . O modelo de duas etapas sustenta, então, que seja feito o seguinte processo, conforme exposto por Marín e Rubio (2001):

1) Estimação dos betas de cada ativo/portfólio através da equação (12), em que R_{jt} é o retorno do ativo j no período t , β_{jm} é o beta de cada ativo j em relação ao mercado, R_{mt} é o retorno excedente do mercado em relação à taxa livre de risco no período t :

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_{jm}R_{mt} + \varepsilon_{jt}; \quad (12)$$

2) Regressão dos rendimentos de cada ativo/portfólio sobre o beta estimado na etapa anterior, em corte transversal e em cada período, obtendo T regressões com N observações de cada regressão; uma regressão de corte transversal para cada período t :

$$R_{jt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{jt} + \eta_{jt}; j = 1, \dots, N \quad (13)$$

em que R_{jt} é o rendimento de cada ativo j no período t (meses, dias, etc.), $\hat{\beta}_{jt}$ é o beta do ativo j estimado por meio do modelo de mercado, com uma janela temporal de diversos períodos anteriores ao período t (digamos, para o presente trabalho, 500 dias), e η_{jt} é a perturbação do modelo. Assim é possível estimar a regressão por MQO através da equação (13), para cada período t , $t = 1, \dots, T$ de forma a obter T estimadores de γ_{0t} e γ_{1t} . Partindo de um CAPM zero-beta, a carteira zero-beta e o prêmio pelo risco devem ser positivos, os rendimentos dos ativos normais, independentes e identicamente distribuídos, de forma que tais estimadores também sejam. A série temporal de tais estimadores pode ter tais implicações testadas através de uma estatística t , "em que a distribuição da estatística $t(\hat{\gamma}_i)$ é uma t de Student com $N - 1$ graus de liberdade e se distribui assintoticamente como uma normal padrão com média 0 e variância 1" (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 419, tradução nossa):

$$t(\hat{\gamma}_i) = \frac{\hat{\gamma}_i}{\hat{\sigma}_{\gamma_i}}; i = 1, 2, \quad (14)$$

sendo a média e variância do estimador $t(\hat{\gamma}_i)$ definidas, respectivamente por:

$$\hat{\gamma}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\gamma}_{it}, \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_{\gamma_i}^2 = \frac{1}{T(T-1)} \sum_{t=1}^T (\hat{\gamma}_{it} - \hat{\gamma}_i)^2. \quad (16)$$

Diferente das regressões de ativos individuais via equação (11) – com a variância dos estimadores viesada – através da abordagem adotada, a estimação da estatística $t(\hat{\gamma}_i)$ não é impactada pela variância e covariância das perturbações em cada uma das regressões diárias, fazendo com que a abordagem Fama-Macbeth resolva o problema de heterocedasticidade (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 419).

Ainda assim, para estimação do beta de cada ativo j , não contamos com um beta verdadeiro e estacionário, o que introduz erros de medição amostral e apresenta um outro problema econométrico à estimação do prêmio pelo risco como um todo: o problema de erros em variáveis (EEV). Mesmo com a utilização da abordagem de Fama-Macbeth, "qualquer erro de medida deste tipo no beta empregado na regressão (13) como variável explicativa fará com que os estimadores γ_{0t} e γ_{1t} sejam inconsistentes, inclusive com amostragens infinitas (...) $\hat{\gamma}_{1t}$ estará enviesado para baixo e, para betas positivos, $\hat{\gamma}_{0t}$, estará para cima" (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 420, tradução nossa).

O erro de medição entre o beta real e o estimador do beta é representado por μ_{jt} na equação (17). Os resíduos da regressão diária de corte transversal – η_{jt} , na equação (13) – e os erros de medição do beta não se correlacionam, assim como não se correlacionam os betas verdadeiros com os erros de medição de seus estimadores. O que o modelo realmente busca estimar é a equação (18), resultado da substituição de (17) sobre (13), conforme mostraram Marín e Rubio (2001), em que

$$\hat{\beta}_{jt} = \beta_{jt} + \mu_{jt}, \quad (17)$$

e na qual é demonstrada a substituição

$$R_{jt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}(\hat{\beta}_{jt} - \mu_{jt}) + \eta_{jt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{jt} + (\eta_{jt} - \gamma_{1t}\mu_{jt}),$$

resultando em

$$R_{jt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{jt} + \xi_{jt} ; j = 1, \dots, N, \quad (18)$$

em que os estimadores γ_{0t} e γ_{1t} sofrem do problema de EEV, com a variável explicativa $\hat{\beta}_{jt}$ correlacionada com a nova perturbação ξ_{jt} . Para mitigar tal problema – mas não eliminá-lo – é recomendada a utilização de testes empíricos com carteiras no lugar de ativos individuais, "ao cancelar os erros de estimativa individuais" (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 421, tradução nossa).

A atenção recai sobre a construção de carteiras particulares, de tal forma que a dispersão entre os betas das carteiras seja máxima, garantindo às regressões (13) conteúdo empírico enquanto corte transversal para cada período t . Uma estratégia apontada por Marín e Rubio (2001) na construção de tais carteiras foi a classificação de carteiras de acordo com seus betas, sua capitalização em bolsa, setores de atividade e relação valor contábil/valor de mercado.

A questão do fim do problema de EEV ainda pode ser corrigida adicionalmente¹⁸, mas "não elimina a possibilidade de que outras variáveis possam entrar de forma espúria na regressão de corte transversal, como consequência da impossibilidade de se observar os verdadeiros betas" (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 422, tradução nossa). Um método para tratar a questão seria introduzir variáveis adicionais ao modelo Fama-Macbeth, da forma exposta na equação (19), em que VAR é uma possível variável avaliada pelo mercado como um risco idiossincrático adicional, capaz de auxiliar a explicar o retorno médio dos ativos, de modo que γ_{2t} deve ser testado como diferente de zero:

$$R_{jt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{jt} + \gamma_{2t}VAR_{jt} + \eta_{jt} ; j = 1, \dots, N. \quad (19)$$

"Naturalmente, para que o CAPM se satisfaça, é imprescindível não somente que $\hat{\gamma}_1$ seja significativamente positivo, mas também que o prêmio de risco associado a qualquer outra característica que possa considerar-se relevante, $\hat{\gamma}_2$, seja estatisticamente igual a zero" (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 422, tradução nossa). Empiricamente, Fama e Macbeth (1973) avaliaram a relação do modelo de dois parâmetros com risco:

¹⁸ Shanken (1996 apud Marín e Rubio 2001).

Não podemos rejeitar a hipótese do modelo de dois parâmetros de que nenhuma medida de risco, além do risco de portfólio, afeta sistematicamente os retornos médios. Finalmente, as propriedades observadas de *fair game* dos coeficientes e resíduos das regressões de risco-retorno são consistentes com um mercado de capitais eficiente, isto é, um mercado no qual os preços de ativos refletem completamente as informações disponíveis (FAMA; MACBETH, 1973, p. 633, tradução nossa).

Assim, há possibilidade de vertentes distintas. A adoção do CAPM tradicional ou adoção de um modelo que incorpore uma ou mais variáveis como explicativas, na avaliação do mercado, para justificar os retornos médio dos ativos ou carteiras: algo nos moldes do modelo de três fatores de Fama-French (1993). Um modelo como este poderia explicitar a existência de outros fatores além do prêmio pelo risco associado ao beta.

2.4. LIMITAÇÕES E MODELOS ALTERNATIVOS AO CAPM

Apesar do uso consolidado como modelo de apreçamento, as limitações¹⁹ das versões originais do modelo CAPM abriram margem a críticas quanto a seu baixo poder explicativo, motivando o desenvolvimento de propostas de aperfeiçoamento do modelo, em especial sobre as supostas premissas irrealistas que ele adota. Diante da aparente fragilidade em situações empíricas, cabe avaliar até que ponto é interessante usar o CAPM como base para estimação do prêmio pelo risco, ou a partir de que ponto convém a utilização de um modelo alternativo de apreçamento.

Conforme apontaram Marín e Rubio (2001), alguns desses problemas se dão por conta da característica estática e de único período do modelo, as suposições de estacionariedade dos prêmios de risco e dos betas, e também a impossibilidade de observar a verdadeira carteira de mercado, que levam à ideia de que o modelo pode não ser contrastável na prática.

Apesar de algumas críticas serem mais dificilmente contornadas em um modelo praticável – como as críticas sobre a premissa do agente racional maximizador, de mercados eficientes sem fricções, de ausência de assimetria de informação, ausência de custos de transação, a crítica de Roll²⁰, entre outras tantas – muitas permitem que alguma variação do

¹⁹ Para uma visão sobre a performance do CAPM em aplicações empíricas, veja Fama e French (2004).

²⁰ Parte da ideia de implausibilidade do CAPM enquanto modelo testável dado que "qualquer teste válido pressupõe conhecimento completo da verdadeira composição de um portfólio de mercado" (ROLL, 1977, p. 129, tradução nossa), ou seja, um verdadeiro portfólio de mercado deveria incluir todos os tipos de ativos e não somente ativos financeiros.

modelo continue sendo útil empiricamente. Por exemplo, a contribuição do CAPM zero-beta²¹ de Black, Jensen e Scholes (1972), que adaptaram algumas das premissas originais do modelo, permite que se mantenha sua validade em algumas situações específicas.

Críticas sobre o uso da abordagem de média-variância, a adoção da variância como medida de risco e a hipótese de normalidade na distribuição dos retornos, levou ao surgimento de abordagens de semi-variâncias (MARKOWITZ, 1952, p. 428), que adotam como risco o *downside risk*²², o risco do investidor incorrer em perdas, em vez da variância do retorno puramente (SORTINO; PRICE, 1994).

Dentre as tentativas de adaptar o modelo para obter melhor resposta em situações empíricas, cabe a análise quanto a possibilidade dos retornos reais não corresponderem às expectativas geradas pelos investidores. O decorrente viés e má informação aos investidores é explorada em um modelo que inclui premissas comportamentais em uma outra tentativa de aprimoramento do CAPM (DANIEL; HIRSHLEIFER; SUBRAHMANYAM, 2001).

Já o modelo de CAPM intertemporal de Merton (1973), tentou solucionar o problema do horizonte unitário de decisão dos investidores, permitindo que – de maneira intertemporal – portfólios sejam rebalanceados no decorrer do tempo, de tal modo que Fama e French (2004, p. 44) o reconheceram como um modelo mais sofisticado. Tal abordagem tornou o modelo muito mais aderente a práticas do mundo real, nas quais investidores consomem e executam rebalanceamentos periódicos de seus portfólios.

A crítica de Fama e French (2015) (de que o CAPM na sua forma original não explicaria os quatro fatores adicionais de risco no retorno de ativos) explicitou empiricamente que variáveis como tamanho da companhia e índices preço/valor contábil podem influenciar a taxa de retorno, em conjunto ao beta do modelo CAPM tradicional. Partindo de tal versão, o trabalho destes autores permitiu que fosse elaborado o modelo de três fatores de Fama-French (1993) e, posteriormente, um modelo de cinco fatores, que adicionou além do risco beta mais quatro fatores explicativos do risco²³ (FAMA; FRENCH, 2015).

²¹ Parte de uma carteira elaborada de tal forma que reflita ausência de risco sistemático, ou seja, um beta igual a zero, tendo retorno esperado análogo ao da taxa livre de risco. Tal carteira zero-beta conta com restrição à possibilidade de pedir emprestado à taxa livre de risco, que dá base para o CAPM zero beta de Black, Jensen e Scholes (1972).

²² *Downside risk* é o risco ou incerteza sobre o retorno real ser inferior ao retorno esperado, que levaria a perdas diante das expectativas do investidor.

²³ São os quatro fatores adicionais: o fator de tamanho (*Small minus Big*), razão valor contábil-valor de mercado (*High minus Low*), lucratividade (*Robust minus Weak*) e investimento (*Conservative minus Aggressive*).

A literatura costuma apresentar um relativo debate a respeito do beta enquanto medida adequada de risco sistemático, por conta da necessidade de distribuições normais de risco e retorno – raramente verificadas empiricamente – e a estimação de betas ser feita com base em seus próprios valores históricos. Sobre a avaliação do beta através de revisão empírica, Fama e French (1992) apontaram que relações positivas entre retornos médios e os betas, que se verificavam antes de 1969, desaparecem em determinados períodos. Já para o período de 1963 a 1990, se observou a importância de inclusão de outras variáveis, dado que "quando nós permitimos variação do beta não relacionada a tamanho, não há relação confiável entre beta e retorno médio" (FAMA; FRENCH, 1992, p. 427, tradução nossa).

Diante de tal resultado, com baixa significância do fator beta, questionaram: "uma possibilidade é que outras variáveis explanatórias são relacionadas ao beta real, e isso obscurece a relação entre retornos médios e betas mensurados" (FAMA; FRENCH, 1992, p. 438, tradução nossa). E reconhecendo a dificuldade de estimação do beta diante do verdadeiro beta, especularam que "outra hipótese é que, conforme previsto pelo modelo de SLB²⁴, há uma relação positiva entre beta e retorno médio, mas a relação é obscurecida pelo ruído na estimativa dos betas" (FAMA; FRENCH, 1992, p. 438, tradução nossa). Conforme, ainda, estudos de Bhandari (1988), o modelo CAPM seria incapaz de incorporar, por exemplo, o efeito de alavancagem dentro do beta enquanto fonte adicional de risco; o que é uma objeção bastante plausível.

Em particular, sobre o contraste do modelo de duas etapas adotado neste trabalho, Fama e MacBeth também ressaltaram a importância do modelo ser útil para fins práticos:

Apesar de estarmos interessados em testar o modelo de dois parâmetros enquanto uma teoria positiva, isto é, examinar a extensão na qual ele é útil em descrever dados de retorno, [...] isto é, enquanto um modelo que ajude as pessoas a tomar melhores decisões. Enquanto uma teoria normativa o modelo só tem conteúdo se houver uma relação entre retornos futuros e estimativas de risco que possa ser feita com base em informação corrente (FAMA; MACBETH, 1973, p. 618, tradução nossa)

Tais abordagens e modelos alternativos sugerem que, para estimação do prêmio pelo risco convém a consideração de mais de uma via para o estudo empírico proposto. A seguir algumas opções de modelos são apresentadas.

²⁴ Sharpe-Lintner-Black, em referência aos autores responsáveis pelas primeiras versões do CAPM. Também aparece na literatura como Sharpe-Lintner-Mossin, em referência à Mossin (1966).

2.4.1. Modelos APT: teoria de apreçamento por arbitragem

Trata-se de uma generalização de modelos multifatoriais, para a qual Roll e Ross (1984) sustentaram que, mesmo que os preços dos ativos sejam influenciados por variáveis diversas – eventualmente dificilmente identificáveis – há um conjunto de fatores sistemáticos que movem os ativos de maneira conjunta dentro de portfólios, no longo prazo:

Fatores sistemáticos são a principal fonte de risco em retornos de portfólios. O retorno corrente de portfólios depende de um mesmo conjunto de fatores comuns, mas isso não significa que todos os grandes portfólios têm performance idêntica. Diferentes portfólios têm diferentes sensibilidades a estes fatores (ROLL; ROSS, 1984, p. 122, tradução nossa).

Assim, os principais fatores de interesse seriam fatores não antecipados que, mesmo sob esta condição, podem ter suas sensibilidades avaliadas pelos investidores. Considerando o risco sistemático como a principal fonte de risco, Roll e Ross (1984) sugeriram que um modelo com três ou quatro fatores seria capaz de capturar adequadamente a influência do sistema sobre o retorno dos ativos. Assim, a equação do modelo de apreçamento é

$$R = E + \beta_1(f_1) + \beta_2(f_2) + \beta_3(f_3) + \beta_4(f_4) + e, \quad (20)$$

em que R é o retorno corrente do ativo, E é o retorno esperado do ativo; β é a sensibilidade à mudança de cada fator sistemático; f é o retorno corrente de cada fator sistemático; e é o retorno de fatores não sistemáticos ou idiossincráticos. O sentido do modelo é de que, como bens substitutos, portfólios com semelhante sensibilidade a cada um dos fatores sistemáticos deveriam apresentar preços semelhantes no mercado. Em uma versão adaptada para estimação do prêmio de cada fator de risco, a equação (20) passa a ter seguinte forma:

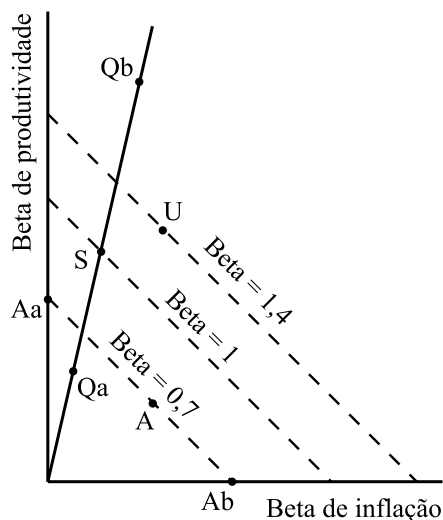
$$E = r + \beta_1(E_1 - r) + \beta_2(E_2 - r) + \beta_3(E_3 - r) + \beta_4(E_4 - r) + e, \quad (21)$$

em que "o retorno de qualquer ativo E , excede o retorno livre de risco, r , em um valor igual ao somatório dos produtos dos preços de mercado do risco, $(E_n - r)$, e as sensibilidades do ativo a cada um dos respectivos fatores" (ROLL; ROSS, 1984, p. 18, tradução nossa).

A identificação de quais seriam tais fatores sistemáticos de influência sobre o preço das ações faz com que Roll e Ross (1984) sugiram como candidatos aos fatores f : a) inflação não antecipada; b) mudanças no nível esperado de produção industrial; c) mudanças não

antecipadas no prêmio pelo risco; e d) movimentos não antecipados no formato da estrutura a termo das taxas de juros.

Figura 4 - Betas dos fatores mercado, inflação e produtividade.



Fonte: elaboração própria (2017) com base em Roll e Ross (1984).

Roll e Ross (1984) apontaram que, além de uma linha associada ao risco beta tradicional (a linha sólida na Figura 4), há outras linhas que a cruzam, cada uma associada a um desses fatores adicionais de risco (por exemplo, a linha Aa-Ab). Há, assim, muitos portfólios que podem ser igualmente desejáveis entre os eixos de inflação e produtividade, fora da linha associada ao risco beta. Sobre a linha Aa-Ab, todos os portfólios têm risco beta igual a 0,7, mas Aa não tem risco de inflação, enquanto Ab não tem risco de produtividade. Ainda que estes portfólios proporcionem o mesmo retorno, não é necessariamente garantido que investidores sejam indiferentes entre eles. Cada investidor acaba por decidir qual padrão de risco e quais fatores ele prefere se expor. Eis, assim, a questão fundamental do APT: a escolha do grau de exposição a esses riscos econômicos.

2.4.2. Modelos multifatoriais

Tais modelos tentam identificar variáveis explicativas adicionais para o risco dos ativos, sendo uma evolução em relação ao CAPM tradicional. São modelos que também foram tradicionalmente desenvolvidos sobre problemas apontados pela teoria econômica.

Um desses modelos, elaborados a partir da questão do consumo intertemporal, foi o ICAPM de Merton (1973) que, partindo do CAPM tradicional de Sharpe-Lintner-Mossin,

buscou resolver o problema exposto por Merton (1969), em que "examina o problema de seleção de portfólio ótimo e consumo para um indivíduo em um modelo de tempo contínuo no qual sua renda é gerada pelos retornos dos ativos e esses retornos, ou taxas de crescimento instantâneas, são estocásticas" (MERTON, 1969, p. 247, tradução nossa). Tal problema de maximização de utilidade culmina em uma proporção ótima alocada no ativo com risco que determina uma regra de consumo, uma vez que a renda é incerta e decorrente de um investimento em portfólio (MERTON, 1969). Essas decisões intertemporais – que adicionam ao CAPM variáveis quanto a diferentes estados de natureza – são a base do modelo ICAPM. Os fatores de impacto adicionadas a tal modelo são, então, melhor explicados:

No ICAPM, os investidores se importam não só com o *payoff* ao fim do período, mas também, com as oportunidades que terão de consumir ou investir esse *payoff*. Assim, ao escolher uma carteira no momento $t-1$, os investidores do ICAPM consideram como sua riqueza no momento t poderia variar com variáveis de estado futuras, inclusive renda do trabalho, os preços dos bens de consumo e a natureza das oportunidades de carteira em t , e as expectativas sobre renda do trabalho, consumo e oportunidades de investimento disponíveis após t (FAMA; FRENCH, 2004, p. 111, tradução nossa)

A partir do modelo ICAPM, Fama e French (1993) elaboraram, então, seu modelo multifatorial, buscando também dar resposta às limitações do CAPM tradicional. Fama (1996 apud Fama e French 2004, p. 38, tradução nossa) "mostra que o ICAPM generaliza a lógica do CAPM. Isto é, se é possível pegar emprestado e emprestar ou se vendas a descoberto de ativos arriscados são permitidos, preços de mercado implicam que o portfólio de mercado é eficiente em termos de multifatores". Tal eficiência multifatorial precisa, assim, de mais betas para fatores adicionais, além do beta de mercado, para explicar os retornos esperados.

Trata-se, então, de uma versão particular de um modelo APT, com escolha específica de fatores de influência sobre o retorno médio. Na versão de três fatores, o modelo inclui os fatores quanto ao tamanho das empresas que compõem a carteira (*Small minus Big*) e quanto à razão valor contábil-valor de mercado (*High minus Low*) como explicativos dos retornos dos ativos. Fama e French (2015) elaboraram um novo modelo de cinco fatores, adicionando mais dois fatores ao modelo anterior: lucratividade (*Robust minus Weak*) e investimento (*Conservative minus Agressive*). O modelo na versão de cinco fatores fica então:

$$E(R_{it}) - R_{ft} = \beta_{iM}[E(R_{Mt}) - R_{ft}] + \beta_{is}E(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \beta_{ip}E(RMW_t) + \beta_{ii}E(CMA_t), \quad (22)$$

em que $E(R_{it})$ é o retorno esperado do ativo ou portfólio, R_{ft} é a taxa livre de risco, β_{iM} é o beta associado ao prêmio pelo risco de mercado, e em que os outros respectivos betas são as inclinações da regressão em relação aos prêmios pelo risco esperados dos fatores tamanho, valor contábil/valor de mercado, lucratividade e investimento.

Observa-se que, na equação do modelo, o intercepto é zero para todos os ativos i , levando à conclusão de que o "modelo capta grande parte da variação do retorno médio de carteiras formadas com base em porte, valor contábil-valor de mercado e outros índices de preços que causam problemas para o CAPM" (FAMA; FRENCH, 2004, p. 39, tradução nossa). Diferente, porém, do ICAPM, o modelo de Fama e French (2015) não tratou de questões de diferentes estados de natureza, e sim de fatores cujos dados – de maneira mais prática – são passíveis de ser obtidos. Isto enaltece a vocação empírica dos modelos de três e cinco fatores, colaborando para uma melhor estimação dos prêmios pelo risco.

2.5. O PRÊMIO PELO RISCO E O SEU ENIGMA

O enigma é exposto por Mehra e Prescott (1985) que verificaram, de modo empírico, que o retorno de ativos arriscados se apresentou muito maior do que a taxa livre de risco para o período de 1889 a 1978 nos EUA. Tal experiência mostrou que a magnitude do prêmio não seria facilmente justificável, mesmo atribuindo elevados níveis de aversão ao risco aos investidores, o que chama atenção para o enigma do prêmio pelo risco e faz surgir tentativas de modelá-lo.

O sentido por trás do prêmio pelo risco é pautado na TMC, fundamentada por Markowitz (1952), e explora a relação risco-retorno como guia para decisões dos investidores. O verdadeiro prêmio se estabelece então sob a ótica *forward-looking*²⁵ dos investidores, de tal forma que aqueles avessos ao risco estariam mais inclinados a adquirir títulos do governo por conta da segurança que supostamente é atrelada a seus pagamentos, e investidores inclinados ao risco buscariam ativos arriscados, como ações em bolsas de valores. Ativos arriscados têm retornos variáveis e, mesmo com aplicação de estratégias de portfólio, tal investidor ainda estaria exposto ao risco sistemático, requerendo um prêmio sobre tais investimentos. Apesar dos princípios gerais gerarem razoável consenso, o enigma não diz respeito propriamente a uma questão necessariamente teórica:

²⁵ Veja seção 1.4.

Gostaríamos de enfatizar que o enigma do prêmio pelo risco é um enigma quantitativo; a teoria padrão é consistente com a nossa noção de risco de que, em média, ações devem dar mais retorno do que títulos. O enigma ascende do fato de que as predições quantitativas da teoria são de uma ordem de magnitude diferente da que foi historicamente documentada. O enigma não pode ser dispensado facilmente, já que muito da nossa intuição econômica é baseada exatamente na classe de modelos que falha tão dramaticamente quando confrontada com dados financeiros (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 31, tradução nossa).

Fica evidente que a questão – estudada já há mais 30 anos – é de suma importância para as ciências econômicas e finanças, de tal forma que a sua solução, juntamente com a correta estimação do prêmio pelo risco, parece permanecer sem consenso na literatura – incluindo a proposição de que não há enigma, de que ele é decorrente de uma peculiaridade do país²⁶ analisado ou da escolha da janela temporal como possíveis responsáveis pelos prêmios inesperados. Mais recentemente, Hammond e Leibowitz (2011) trataram do tema apontando como ainda impera a falta de consenso e questionando a confiabilidade com que compreendemos o prêmio pelo risco. A proposição de que efeitos macroeconômicos podem ser responsáveis pela diferença do prêmio em diferentes países e períodos foi, também, explorada em um estudo para uma gama mais abrangente de países industrializados:

Nós destacamos que ambas as distribuições da taxa livre de risco e do prêmio pelo risco apresentam diferenças entre países e períodos, que as heterogeneidades na taxa livre de risco estão conectadas a diferenças nas taxas de inflação entre períodos e países, e que as diferenças no prêmio pelo risco são igualmente por conta de diferenças na taxa livre de risco e nos retornos de ativos entre países e períodos (CANOVA; DE NICOLÓ, 2003, p. 246, tradução nossa).

Para elaboração de seu estudo de 1985, Mehra e Prescott (1985) iniciaram sugerindo que algum modelo de equilíbrio com fricção seria aquele que melhor explicaria o alto prêmio pelo risco médio, e não modelos que abstraem custos de transação, restrições de liquidez e outras fricções, em configurações de ativos do tipo Arrow-Debreu (MEHRA; PRESCOTT, 1985, p. 146). Investigaram que, para o caso estudado, com crescimento do consumo per capita médio de 2% ao ano, a elasticidade de substituição do consumo entre anos sucessivos se torna suficientemente pequena, a ponto de permitir um prêmio pelo risco médio de 6% e taxas de retorno reais que excedem as observadas historicamente. Assim:

²⁶ A escolha de Mehra e Prescott (1985) pelo mercado americano, durante um século de forte crescimento da economia americana, em meio a tantas outras bolsas de valores com desempenho muito aquém do caso americano, serve como possível justificativa para a origem do enigma, que poderia não existir caso fosse analisado um espectro mais amplo de países.

No caso de economias em crescimento, agentes com grande aversão ao risco efetivamente descontam o futuro a um nível mais elevado do que agentes com baixa aversão ao risco (em comparação a economias que não estão em crescimento). Por conta do crescimento, o consumo futuro provavelmente irá exceder o consumo presente e, já que a utilidade marginal do consumo futuro é menor que a do consumo presente, taxas de juros reais serão maiores em média (MEHRA; PRESCOTT, 1985, p. 146, tradução nossa).

O modelo foi elaborado de forma a replicar a taxa de crescimento do consumo per capita média, desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo per capita e condição de primeira ordem da autocorrelação deste – com sua distribuição estacionária – em relação a valores amostrais históricos. "[...] a natureza do teste é procurar parâmetros α e β para os quais a taxa livre de risco média do modelo e o prêmio pelo risco correspondam àqueles observados na economia dos EUA neste período de noventa anos" (MEHRA; PRESCOTT, 1985, p. 154, tradução nossa). Assim, se estabelecem restrições sobre o importante processo do consumo – parâmetro α da "disposição das pessoas substituírem consumo entre sucessivos períodos do tempo" (MEHRA; PRESCOTT, 1985, p. 154, tradução nossa) – com base em uma série de estudos anteriores por parte de tais autores, de modo a sugerir uma gama de valores para α , em que é justificável a priori uma restrição até o valor de $\alpha = 10$.

Esta é uma importante restrição, dado que com um grande α virtualmente qualquer par de retornos médios de ativos e títulos livres de risco podem ser obtidos ao fazer pequenas mudanças no processo de consumo. Com um α menor que dez, nós descobrimos que os resultados eram essencialmente os mesmos para processos de consumo muito diferentes (MEHRA; PRESCOTT, 1985, p. 154–155, tradução nossa).

Ainda sob tal restrição, o estudo teve dificuldades em estabelecer um modelo que refletisse os resultados reais, de modo que "o retorno observado real de 0,80% e o prêmio pelo risco de 6% são claramente inconsistentes com os modelos de predição. O maior prêmio obtido com o modelo foi de 0,35%, o que não é próximo do observado" (MEHRA; PRESCOTT, 1985, p. 156, tradução nossa). Os autores ressaltaram que esses valores são obtidos com alteração dos parâmetros de preferência α , entre 0 e 10, e β , entre 0 e 1. Ao avaliar a robustez dos resultados do modelo, os autores testaram problemas de especificação, verificando que os resultados do prêmio não são sensíveis ao parâmetro da taxa média de crescimento do consumo.

Apesar de controvérsia a respeito da possibilidade do enigma ser fruto de viés de seleção do período analisado, ou do país analisado, Mehra e Prescott (1985) concluíram, em 1985, sua análise sobre o enigma do prêmio pelo risco especulando que talvez o fenômeno

seja mais uma função do enigma da taxa livre de risco – *risk-free rate puzzle* – sugerindo que as taxas livres de risco são baixas demais, quando comparadas a dos ativos arriscados, ao ponto que investidores neutros ao risco não deveriam se interessar por investimento em títulos diante de tamanho prêmio pelo risco:

O enigma do prêmio pelo risco pode não ser por conta do retorno médio de ativos arriscados terem sido tão altos mas, ao invés, por conta da taxa livre de risco média ter sido tão baixa [...] Para um $\alpha = 2$, a taxa livre de risco média do modelo é de pelo menos 3,7% ao ano, o que é consideravelmente maior que a média amostral de 0,80% [...] Por outro lado, se α é próximo de zero e indivíduos são aproximadamente neutros ao risco, então alguém questionaria o retorno médio dos ativos arriscados ser tão alto. (MEHRA; PRESCOTT, 1985, p. 158, tradução nossa).

Mehra e Prescott (1985, p. 159, tradução nossa) continuaram especulando sobre o enigma no sentido de que talvez fosse relacionado não à heterogeneidade dos agentes e sim à "introdução de fatores que tornariam impraticáveis certos tipos de trocas intertemporais dentre agentes" dado que, na ausência de tais trocas, poderia haver variabilidade no consumo individual, mesmo que pouca variabilidade no consumo agregado.

Há ainda a possibilidade do enigma do prêmio pelo risco ser uma peculiaridade do mercado ou época estudada por Mehra e Prescott (1985), sendo que mercados emergentes podem apresentar resultados distintos em seus prêmios – retornos maiores quando expostos a riscos maiores – e características possivelmente diferentes na estimação, incluindo variáveis adicionais, como o risco cambial (SALOMONS; GROOTVELD, 2003). Em particular, no caso brasileiro, Sanvicente (2015) sugeriu que dado o risco adicional em investir no Brasil (o risco-país brasileiro) já estar incorporado na taxa livre de risco, seria incorreto incluí-lo como fator adicional na estimação do prêmio pelo risco sob a visão de um investidor internacional:

O mercado local já é suficientemente bem desenvolvido para que os preços correntes das ações incorporem informação a respeito de riscos relevantes, como o risco Brasil. A postura daí decorrente, por parte dos analistas e das agências regulatórias, envolveria não apenas substituir o uso comum de dados do mercado norte-americano, como levar apropriadamente em conta os dados do mercado local, especialmente quando o objetivo é precificar ativos locais (SANVICENTE, 2015, p. 48).

Mais recentemente, os autores reavaliaram a questão em três trabalhos: Mehra (2003), Mehra e Prescott (2003) e Mehra e Prescott (2008). No decorrer deles exploraram os possíveis caminhos para explicação do enigma. Em Mehra e Prescott (2003), expuseram a questão da confiabilidade em dados passados no período de 1802 a 1871, muito inferior a do período de 1871 a 1926 e esta muito inferior a do período de 1926 à data do estudo. Mesmo com estas considerações, mostraram estimativas para o prêmio pelo risco dos EUA de acordo com o

estudo realizado por eles e por outros (Tabela 1), no qual se verifica valores bastante distintos mas todos positivos²⁷ e consideráveis, dando suporte à atenção dada ao enigma.

Tabela 1 - Prêmio pelo risco dos EUA utilizando diferentes conjuntos de dados.

	% Retorno médio real		Prêmio pelo risco (%)
	Índice de mercado	Ativo relativamente livre de risco	
Período	Média	Média	Média
1802-1998 (Siegel)	7,0	2,9	4,1
1871-1999 (Shiller)	6,99	1,74	5,75
1889-2000 (Mehra-Prescott)	8,06	1,14	6,92
1926-2000 (Ibbotson)	8,8	0,4	8,4

Fonte: Mehra e Prescott (2003, tradução nossa).

Em uma contribuição adicional, Mehra e Prescott (2003) compilaram os resultados também para outros países com mercados de capitais maduros, como forma de verificar se o fenômeno é isolado ao mercado dos EUA. O resultado é apresentado na Tabela 2 e sugere que o fenômeno pode ser observado em diferentes países, sob períodos distintos.

Tabela 2 - Prêmio pelo risco em diferentes países.

	% Retorno médio real		Prêmio pelo risco (%)
	Índice de mercado	Ativo relativamente livre de risco	
País	Média	Média	Média
Reino Unido (1947-1999)	5,7	1,1	4,6
Japão (1970-1999)	4,7	1,4	3,3
Alemanha (1978-1997)	9,8	3,2	6,6
França (1973-1998)	9,0	2,7	6,3

Fonte: Reino Unido, Sigel (1998 apud Mehra e Prescott 2003, tradução nossa) e outros países, Campbell (2001 apud Mehra e Prescott 2003, tradução nossa).

²⁷ Apesar disto, apontaram que em diversos períodos o prêmio pelo risco foi negativo para os EUA, evidenciando a característica de grande variabilidade, comum na análise do prêmio em séries temporais.

2.5.1. O prêmio é decorrente da tolerância a risco sistemático?

Para tentar responder porque os investimentos em ativos arriscados foram tão atrativos aos investidores, de modo que justificasse tais níveis de prêmio pelo risco, Mehra e Prescott (2003) investigaram a hipótese – bastante intuitiva – de que o prêmio pelo risco é devido ao risco sistemático suportado pelos investidores. Dado que "o desvio-padrão do retorno das ações (cerca de 20% por ano historicamente) é maior do que aquele referente ao retorno dos títulos *T-bills* (cerca de 4% por ano), então, obviamente, [as ações] são consideradas mais arriscadas! Mas são?" (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 14, tradução nossa). Para responder a isso, utilizaram diferentes modelos que buscam explicar o prêmio pelo risco histórico, a saber, modelos de preferências padrão (CRRA)²⁸, modelos que incorporem estruturas de preferências alternativas, idiosincrasias e riscos não seguráveis sobre a renda e modelos que incorporam estado de desastres e o viés de sobrevivência (*survivorship bias*).

Coube então investigar se a aversão ao risco justificava tais níveis de prêmio pelo risco. Ao avaliar o parâmetro de aversão ao risco, Mehra e Prescott (2003, p. 32, tradução nossa) ressaltaram que, ao usar uma extensão do modelo de apreçamento de Lucas (1978) para estimar "quanto da diferença histórica entre rendimento de títulos do Tesouro e ativos corporativos é um prêmio por tolerar risco agregado" (uma importante extensão que usa micro observações para restringir o parâmetro de aversão ao risco), acabaram rejeitando a ideia de extrema aversão ao risco como justificativa do prêmio. Concluíram que para todos os coeficientes de aversão a risco abaixo de 10, o limite superior do parâmetro, "o prêmio por tolerar risco agregado representa muito pouco do prêmio histórico dos ativos. Esta descoberta tem resistido ao teste do tempo" (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 33, tradução nossa).

Partindo da possibilidade de coeficientes de aversão ao risco serem elevados demais, a investigação quanto aos modelos de formação de hábitos na relação intertemporal de consumo serem capazes de explicar o fenômeno chegou a um resultado que justifica o enigma da taxa livre de risco:

²⁸ *Constant relative risk aversion* (Aversão relativa ao risco constante) como explica Eeckhoudt, Gollier e Schlesinger (2005, p. 21) trata-se de um conjunto de funções de utilidade exponencial; um conjunto de preferências sob restrição amplamente usado na literatura. Tais conjuntos apresentam aversão absoluta ao risco decrescente e e aversão relativa ao risco constante, dado que a aversão absoluta ao risco é γ/w e a aversão relativa ao risco é γ em $u(w) = \frac{w^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ para $w > 0$.

A abordagem é definir a utilidade do consumo relativa ao consumo per capita médio [...] O efeito é que, mais uma vez, um indivíduo pode se tornar extremamente sensível e avesso à variação do consumo. Ativos podem ter uma taxa de retorno negativa e isto pode resultar na queda do consumo pessoal relativo a outros. Ativos arriscados se tornam então um ativo indesejável em relação a títulos. Dado que o consumo per capita médio está aumentando no tempo, a demanda por títulos induzida com esta modificação ajuda a mitigar o enigma da taxa livre de risco (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 38–39, tradução nossa).

Apesar do sucesso relativo em explicar porque investidores buscam títulos se as taxas livres de risco são tão baixas – o enigma da taxa livre de risco – dado que tais modelos de formação de hábitos requerem coeficientes de aversão a risco tão altos, a explicação não obteve sucesso em desvendar o enigma do prêmio pelo risco, em termos práticos (MEHRA; PRESCOTT, 2003).

Modelos idiossincráticos (aqueles sob condições que impedem o investidor de obter seguro para seus investimentos e renda, sob variância heterocedástica persistente, entre outros fatores), também não parecem explicar o enigma. Sob tais condições de choques não seguráveis, investidores acabam suavizando o consumo praticando outros métodos que permitam que façam autosseguro em modelos de infinitos horizontes (MEHRA; PRESCOTT, 2003). Assim, Duffie (1996 apud Mehra e Prescott 2003, p. 44, tradução nossa) atentaram ao fato de que "períodos com frequentes e grandes choques idiossincráticos não seguráveis são associados tanto à dispersa distribuição em corte do crescimento do consumo quanto ao baixo retorno das ações".

Rietz (1998 apud Mehra e Prescott 2003) apresentaram ainda um modelo com viés de sobrevivência e estado de desastre, tendo como parâmetros uma chance de 1 em 100 de um declínio no consumo de 25% levar o prêmio pelo risco a um coeficiente de aversão ao risco de 10. Ainda assim, tal modelo não parece explicar o enigma uma vez que

Em períodos de crise financeira, títulos e ações são igualmente prováveis de perder valor. Apesar do viés de sobrevivência poder impactar os níveis do retorno de tanto ativos quando dívidas, não há evidência que suporte a afirmativa de que estas crises afetam de maneira diferente os retornos das ações e títulos; assim o prêmio pelo risco não é afetado. Em toda ocasião em que a negociação de ações foi suspensa, por conta de revoltas políticas, etc., governos ou renegaram suas obrigações de dívida ou expropriaram muito do valor real de dívida nominal através de mecanismos de inflação não antecipada (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 45, tradução nossa)

Assim, diante da dificuldade desta variedade de modelos explicar a magnitude do prêmio pelo risco, Mehra e Prescott (2003) supuseram que são outros fatores os responsáveis pelo prêmio pelo risco, e não o fato de investidores tolerarem risco.

2.5.2. Outras hipóteses

Um segundo conjunto de hipóteses investigado foi se o prêmio era decorrente de restrições de crédito, prêmios de liquidez ou impostos.

Caso o investidor tenha restrições ao crédito, este terá que suavizar o consumo através da manutenção de uma carteira de títulos como forma de substituição intertemporal do consumo. Assim, há pouco efeito sobre o prêmio pelo risco, dado que se pautam em modelos de infinitos períodos em que suas taxas marginais de substituição intertemporal ficam quase iguais (MEHRA, 2003). Ao incorporar o fator do ciclo de vida de um indivíduo, a explicação associada a restrições em tomar emprestado parece promissora para justificar os preços dos ativos, partindo da seguinte ideia:

A atratividade de ativos arriscados enquanto um ativo depende da correlação entre o consumo e a renda do ativo arriscado. Se o ativo arriscado rende em estados de alta utilidade marginal do consumo, ele irá comandar um preço mais alto (e, conseqüentemente, uma taxa de retorno mais baixa) do que se seu rendimento ocorrer em estados de baixa utilidade marginal. Dado que a utilidade marginal do consumo varia inversamente com o consumo, o ativo arriscado irá comandar uma alta taxa de retorno se ele render em estados quando o consumo for alto e vice versa (MEHRA, 2003, p. 62, tradução nossa).

A intuição por trás da adoção da abordagem sobre o ciclo da vida é, então, a de que pessoas jovens, com salários incertos e rendas de ativos arriscados também incertas (e correlação não muito alta entre estas rendas e consumo), tendem a tornar ativos arriscados desejáveis como forma de suavizar consumo²⁹. Conforme ficam mais velhos, a questão salarial tende a se resolver de uma maneira melhor e a correlação entre o consumo e a renda dos ativos arriscados é alta – variações no consumo viriam justamente da renda de ativos – de forma que o consumo é alto quando a renda destes ativos é alta (MEHRA, 2003). "O consumo é alto quando a renda de ativos arriscados é alto e ativos arriscados não são mais um *hedge* contra flutuações no consumo; portanto, para este grupo, ativos arriscados necessitam de uma taxa de retorno mais elevada" (MEHRA, 2003, p. 63, tradução nossa).

Os jovens que deveriam (em uma economia sem fricções e com contratos completos) estar de posse de ativos arriscados, são efetivamente expulsos deste mercado por causa de restrições ao crédito. Eles têm salários baixos; então, idealmente, eles gostariam de suavizar o consumo ao longo da vida tomando emprestado contra a renda do salário futuro (consumindo uma parte do empréstimo e investindo o resto em ativos de alto retorno). Eles são impedidos de fazer isso, no

²⁹ Ações com betas altos obtêm alto rendimento quando o mercado está em alta (baixa utilidade marginal e baixo preço, relativamente) dado que o retorno do mercado serve como uma *proxy* para consumo (MEHRA, 2003).

entanto, porque o capital humano sozinho não serve de colateral para grandes empréstimos em economias modernas (por motivos de *moral hazard* e seleção adversa) [...] na presença de restrições ao crédito, ativos arriscados são assim exclusivamente apreçados por investidores de meia-idade e o prêmio pelo risco é alto (CONTANTINIDES ET AL., 2002 apud MEHRA, 2003, p. 63, tradução nossa).

Tal abordagem tem se mostrado um possível caminho para a explicação do prêmio pelo risco, por vias distintas daquela que avalia a necessidade de uma maior recompensa como resultado da tolerância dos investidores em tomar risco.

Avaliando a questão do prêmio pela liquidez, Mehra (2003) apresentou a visão de Bansal e Coleman (1996) para uma vertente monetária na explicação do enigma do prêmio pelo risco, em que ativos – que não seja a moeda – desempenham um papel de facilitar as transações, influenciando suas taxas de retorno. "Na margem, o retorno do serviço transacional da moeda relativo a contas correntes pagadoras de juros³⁰ deveria ser a taxa de juros paga nessas contas" (BANSAL; COLEMAN, 1996 apud MEHRA, 2003, p. 63, tradução nossa), o que sugere que outros ativos conversíveis em moeda também podem conter esse elemento associado a um serviço transacional e um retorno por conta disso. Tal questão foi contestada, porém, por Mehra (2003) por três motivos: a) é difícil concordar que títulos como os *T-bills* têm realmente um componente de serviço transacional, dado que as instituições carregam a maioria desses títulos e eles não são usados por elas como forma de compensar pelas contas correntes pagadoras de juros; b) o retorno sobre essas espécies de contas correntes variou no tempo, de tal forma que passaram a pagar juros mais elevados após os anos 80, o que empiricamente não implicou a queda do prêmio pelo risco após o mesmo período, como seria esperado; e c) o modelo necessitaria de uma diferença considerável – que não é observada – entre o retorno dos *T-bills* de curto prazo e títulos de longo prazo, dado que estes não teriam o componente de serviço transacional (MEHRA, 2003). Com isto, a visão do componente de serviço transacional se mostra frágil diante de outras possíveis explicações.

Há ainda uma possível explicação pela via dos impostos. Ela se inicia trazendo a questão entre diferentes abordagens empíricas dos estudos de Mehra e Prescott (2003) (que usam *T-bills* altamente líquidas como taxa livre de risco para estimação do prêmio) e os estudos de McGrattan e Prescott (2000, 2001) (que utilizam a taxa marginal de substituição

³⁰ Tais contas correntes pagadoras de juros são um tipo particular de conta corrente, existentes nos EUA, que pagam juros ao correntista, de forma semelhante ao que faz uma conta de poupança.

intertemporal do consumo como forma de determinar a taxa de juros³¹). Isto levanta a questão quanto a "por que foi o retorno real médio em ativos corporativos significativamente mais alto do que a taxa de juros real no período 1960-2000?" (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 53, tradução nossa). Outra questão diz respeito a por que o retorno sobre ativos arriscados foi tão alto no mesmo período? Para responder às questões, McGrattan e Prescott (2000, 2001 apud Mehra e Prescott 2003, p. 53) avaliaram o mercado de ações dos EUA em dois momentos particulares: os anos 1962 e 2000. A escolha desses dois pontos se justificou por serem dois pontos na história com características semelhantes:

Relativos ao PIB, após imposto sobre ganhos corporativos, dívidas corporativas líquidas e estoque de capital corporativo tangível foram aproximadamente os mesmos e o sistema de impostos estava estável por um número de anos. Além disso, em nenhum ponto neste tempo houve algum receio de completa ou parcial expropriação de capital. O que foi diferente foi que o valor do mercado de ações relativo ao PIB em 2000 foi aproximadamente duas vezes maior do que o de 1962. O que mudou entre 1962 e 2000 foi os sistemas de impostos e regulatórios legais. A alíquota de imposto marginal sobre distribuições corporativas foi 43% no período de 1955-1962 e somente 17% no de 1987-2000 (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 53–54, tradução nossa).

A mudança no sistema regulatório, na passagem dos anos 70 para os anos 80, com a liberalização de ativos arriscados na composição de fundos de pensão (permitindo também investimentos individuais dedutíveis em contas de aposentadoria), seria o responsável pelo aumento³² significativo dos retornos em 2000, em comparação a 1962, neste caso analisado. "O motivo primário para o baixo *valuation* em 1962 relativo ao PIB e o alto *valuation* em 2000 relativo ao PIB é que [a alíquota de impostos sobre distribuições] foi muito mais alta em 1962 do que em 2000" (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 56, tradução nossa).

2.5.3. Consenso, prêmio futuro, nenhum prêmio

Diante das possibilidades e divergências de modelos e teorias, o enigma permanece na tentativa de explicar a origem do prêmio pelo risco, mas relativamente mais brando do que

³¹ "Uma descoberta da literatura do ciclo real de negócios é que a taxa de juros real após impostos varia na faixa de 4 a 4,5%. Outra descoberta é que o retorno previsto após impostos para ativos corporativos é essencialmente igual a esta taxa real de juros" (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 53, tradução nossa).

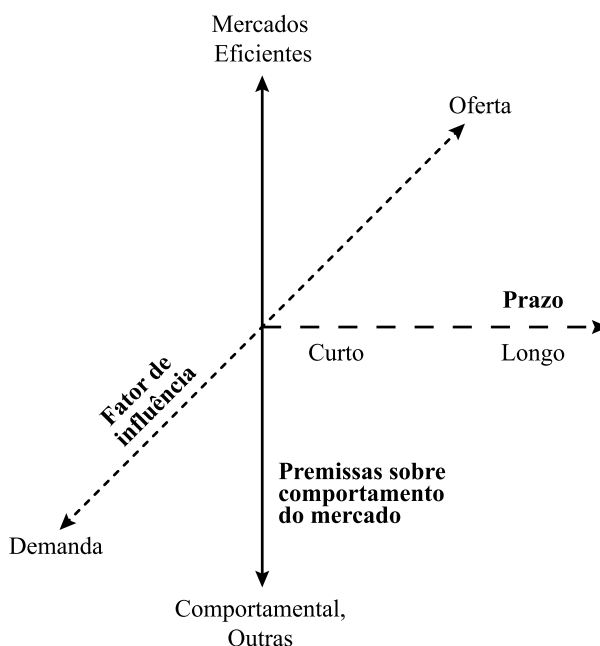
³² "Eles descobriram que mudanças nos sistemas legal regulatório e de impostos dos EUA que permitiram que contas de aposentadoria e fundos de pensão mantivessem ativos corporativos arriscados e reduções na alíquota marginal do imposto de renda são responsáveis pelo alto retorno de ativos corporativos neste período" (MCGRATTAN; PRESCOTT, 2000, 2001 apud MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 52, tradução nossa)

antes. Cabe entender claramente que, em geral se trata da medida do prêmio *ex ante* – como se busca apurar neste trabalho – variando consideravelmente no tempo:

Esta é a medida de prêmio *forward-looking*, isto é, o prêmio pelo risco que é esperado que perdure no futuro ou o prêmio pelo risco condicional dado o corrente estado da economia. Para melhor elaborar, após um *bull market*, quando os *valuations* das ações estão altos relativos aos fundamentos, o prêmio pelo risco *ex ante* provavelmente será baixo. No entanto, é precisamente nestes períodos, quando o mercado subiu acentuadamente, que o *ex post*, ou prêmio realizado é alto. Por outro lado, após uma significativa correção para baixo, o prêmio *ex ante* (esperado) tem probabilidade de ser alto, enquanto o prêmio realizado será baixo. Isto não deve surpreender dado que os retornos das ações têm sido documentados como revertendo à média. (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 57, tradução nossa)

De maneira esquemática (Figura 5), Hammond e Leibowitz (2011) atribuíram tais divergências entre resultados do prêmio pelo risco a distintas dimensões nas estimações.

Figura 5 - As três dimensões das óticas do prêmio pelo risco.



Fonte: elaboração própria (2017) a partir de Hammond e Leibowitz (2011).

Em uma dimensão, a causa seria decorrente do peso dado na análise ao horizonte de investimentos – curto ou longo prazo – e a características de ciclos do mercado e regressão à média³³; em uma segunda dimensão seria decorrente da maior influência de fatores de oferta de recursos – como fluxos de caixa de companhias no mercado acionário – ou da demanda de

³³ Hammond e Leibowitz (2011) ainda imaginavam uma subdimensão relacionada à primeira: a característica do regime/ambiente macro e se, por exemplo, as taxas de juros se mostram altas ou baixas de maneira perene.

retornos pelos investidores para tolerar risco extra; e, enfim, uma terceira possível causa – que sugeriam ser a mais relevante das dimensões – que trata da hipótese de mercados eficientes e das expectativas racionais dos agentes. "Talvez mais fundamentalmente, o fórum expôs diferentes óticas quanto ao comportamento do investidor, especificamente se mercados exibem expectativas racionais ou sofrem de distorções comportamentais" (HAMMOND; LEIBOWITZ, 2011, p. 4, tradução nossa).

A literatura sobre o tema trata das premissas e abstrações do artigo original de Mehra e Prescott (1985), abordando novos possíveis fatores explicativos para o prêmio. Os próprios autores aprimoraram, com a ajuda da comunidade acadêmica, a teoria e noções empíricas de seus estudos originais, adicionando as possibilidades tratadas nesta seção; umas mais razoáveis que outras. Na tentativa de fazer previsões futuras sobre o tema, sugeriram:

Antes de dispensarmos o prêmio, não somente precisamos entender o fenômeno observado mas também precisamos de uma explicação plausível sobre o porquê do futuro tender a ser diferente do passado. Na ausência disto, e baseado no que sabemos, podemos fazer a seguinte alegação: em um longo horizonte o prêmio pelo risco provavelmente será similar ao que foi no passado (MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 59, tradução nossa).

Mas apesar da controversa visão de tais autores sobre a manutenção do nível dos prêmios passados para o futuro, e da permanência do enigma, "mais recentemente, ao invés de um firme consenso, uma forte noção de diversidade floresceu de versões anteriores deste fórum no que diz respeito a visões sobre o prêmio pelo risco e possíveis explicações para as diferenças entre essas visões" (HAMMOND; LEIBOWITZ, 2011, p. 3, tradução nossa). Mesmo permanecendo a divergência e profusão de teorias quanto ao enigma do prêmio pelo risco, há um maior compreensão sobre o tema, e se poderia alegar que "enquanto nenhuma explicação resolveu por completo a anomalia, considerável progresso foi realizado e o prêmio pelo risco é um enigma menor hoje do que era 20 anos atrás" (MEHRA; PRESCOTT, 2008, p. 114, tradução nossa).

3. ESTUDO EMPÍRICO

3.1. CARACTERÍSTICAS DO ESTUDO

Nesta seção se apresenta a tentativa de explicação do prêmio pelo risco para o caso brasileiro, de forma empírica, buscando responder a questão principal desta pesquisa: *até que ponto o prêmio pelo risco do mercado acionário brasileiro recompensa o risco adicional, quando comparado com a taxa livre de risco brasileira?* Para tanto, feitas as considerações sobre suas limitações e características peculiares, foi utilizado o modelo CAPM como base para a estimação, em sua versão zero-beta. Utilizou-se a abordagem em duas etapas de Fama e Macbeth (1973) como forma de controlar o modelo para os problemas de erros em variáveis (EEV) e heterocedasticidade dos retornos dos ativos, verificando a possibilidade de existirem mais variáveis explicativas do risco além do beta.

Das implicações do modelo Fama-Macbeth, a única que não se mostrou resistente a testes empíricos foi a implicação C2, de que " β_i é uma medida completa do risco de um ativo i em um portfólio m ; nenhuma outra medida de risco de i aparece" (FAMA; MACBETH, 1973, p. 610, tradução nossa), uma consideração relevante para tentativas adicionais de estimação através de um modelo de contemple mais fatores de risco além do risco beta.

O modelo buscou então a estimação do prêmio *ex ante* através da estimação prévia do risco beta – que não é observável diretamente – lidando com os problemas econométricos descritos acima.

3.2. APRESENTAÇÃO E ESCOLHA DOS DADOS

Diante da necessidade³⁴ de períodos suficientemente longos e amostras consideráveis para estimação dos betas e prêmio pelo risco – ainda que de Kothari, Shanken e Sloan (1995 apud Marín e Rubio 2001) tenham alertado que não há indicativo teórico sobre qual deva ser o horizonte temporal adequado para estimar o risco beta – foi escolhido como período de análise aquele entre os anos de 2003 até 2016, período que pode ser considerado suficientemente longo para amenizar os efeitos peculiares de uma ou outra década recente. A frequência escolhida para os dados foi diária (a partir de 2001), não excluindo informação de

³⁴ Veja a Seção 2.3 para os aspectos da abordagem Fama-Macbeth.

nenhum pregão da bolsa de valores brasileira, para obter, assim, a maior quantidade de observações para o período. Isto resultou em 3.962 períodos/dias em série temporal.

Dado que se pressupõe a necessidade de estacionariedade sobre os prêmios e sobre os betas (para que o modelo CAPM se satisfaça na abordagem de Fama-Macbeth), foram adotadas carteiras ao invés de ativos individuais para cálculo dos betas e, posteriormente, dos gamas (que representam o prêmio pelo risco), mitigando tal dificuldade em verificar estacionariedade dos betas. Da mesma forma, a adoção de carteiras permite a aproximação de uma verdadeira carteira de mercado enquanto carteira eficiente no sentido de média-variância (outra implicação necessária para que o modelo se satisfaça). Por fim, tal escolha por carteiras ao invés de ativos individuais mitiga também – conforme Marín e Rubio (2001) – problemas de erros em variáveis na estimativa dos betas (EEV).

Assim, foram escolhidos para estimação do beta uma amostra de 30 portfólios construídos pelo NEFIN³⁵ em corte transversal, agrupados em três portfólios distintos (para os critérios de tamanho, relação entre valor contábil e valor de mercado, momento³⁶, iliquidez), quatro portfólios distintos (para critérios tamanho e relação entre valor contábil e valor de mercado simultaneamente, tamanho e momento simultaneamente, tamanho e iliquidez simultaneamente), ou apresentados em sete portfólios distintos (para critério de indústrias distintas). Todos os portfólios tiveram seus retornos igualmente ponderados, conforme sugere a literatura³⁷ para casos desta natureza.

3.2.1. Escolha da taxa livre de risco

Em particular, o uso do componente da taxa livre de risco para estimação do prêmio pelo risco neste estudo se deu em duas vias: a primeira, avaliando a posição de um investidor doméstico, cujo investimento que mais se aproxima a algo livre de risco são títulos do Tesouro brasileiro, que pagam juros em função da meta SELIC. Assim, por esta via, a taxa

³⁵ O método para tal pode ser conferido em <<http://nefin.com.br/methodology.html>>. Acesso em: 26 agosto 2017

³⁶ Momento (*Momentum*) é o fator de aceleração ou a inércia de um movimento nos preços dos ativos, verificado a cada t períodos. Em particular, no método adotado pelo NEFIN (2017, p. 5, tradução nossa), "a cada mês t , nós (em ordem ascendente) ordenamos ações elegíveis (conforme definido na Seção 3) em tercís de acordo com seus retornos acumulados desde o mês $t - 12$ até o mês $t - 1$. Nós então mantivemos o portfólio durante o mês t ".

³⁷ Banz (1981, p. 10, tradução nossa) aponta que a adoção de pesos equiponderados leva a menor desvio em relação aos betas teóricos: "mesmo que a estrutura de covariância seja estacionária, betas em um índice ponderado por valor mudam toda vez que os pesos mudam".

livre de risco diária foi obtida através do cálculo a partir de contratos de *Swap* de DI para 30 dias. Por uma segunda via, avaliou-se a posição de um investidor internacional, cujo investimento mais representativo de uma taxa livre de risco costuma ser aquele em títulos de curto prazo da dívida dos EUA; sendo utilizada, então, a *U.S. Treasury Bill (T-Bill)* do Tesouro dos EUA com maturidade de 3 meses.

3.3. ESTIMAÇÃO VIA CAPM COM ABORDAGEM DE DUAS ETAPAS

O modelo se estabeleceu em cima das seguintes equações, apresentadas na Seção 2.3, para estimação dos betas de cada portfólio e, posteriormente, dos gamas de cada período:

1) Equação de estimação dos betas de cada portfólio,

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_{jm} R_{mt} + \varepsilon_{jt}; \quad (23)$$

2) Equação de estimação dos rendimentos de cada portfólio sobre o beta estimado,

$$R_{jt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} \hat{\beta}_{jt} + \xi_{jt}; \quad j = 1, \dots, N. \quad (24)$$

Com auxílio do software estatístico *R*, foram estimadas, primeiramente, as regressões para obtenção dos betas de cada um dos 30 portfólios j , a cada período t , a partir de 3.962 períodos diários disponíveis (com dados de retorno dos portfólios e de prêmio do mercado). As regressões foram estimadas utilizando uma janela de estimação temporal de 500 períodos anteriores a cada período estimado, resultando em 3.462 betas diários para cada um dos 30 portfólios j . Posteriormente, com os coeficientes betas calculados, foram estimadas as regressões para obtenção dos coeficientes gamas, com T regressões e N observações de cada regressão, culminando em 3.462 regressões em corte transversal, a partir da amostra de 30 portfólios j para cada período t (30 betas e 30 retornos de cada portfólio para cada período t).

As regressões foram estimadas usando erros-padrão ajustados para heterocedasticidade e autocorrelação, como forma de permitir "correções apropriadas para os erros-padrão quando na condução de inferência com dados autocorrelacionados" (MÜLLER, 2014, p. 311, tradução nossa).

3.4. RESULTADOS ALCANÇADOS

Para o caso da primeira via na escolha da taxa livre de risco adotada – a da ótica de um investidor brasileiro, com base na taxa básica de juros da economia brasileira – obteve-se um valor do prêmio médio estatisticamente igual a zero, mas com valores muito discrepantes nos períodos de maior stress no mercado. Na análise do período completo deste estudo, apesar de um prêmio estimado mínimo de -14,5% e máximo de 32,9%, a distância interquartil mostra que 50% da distribuição dos gamas está entre valores de -1,29% e 1,13%, relativamente concentrados em torno da mediana. Mesmo com a adoção da taxa livre de risco dos EUA o modelo não parece apresentar resultados muito diferentes daqueles que tomaram como base a taxa livre de risco brasileira, resultando na mesma quantidade de gamas diários positivos.

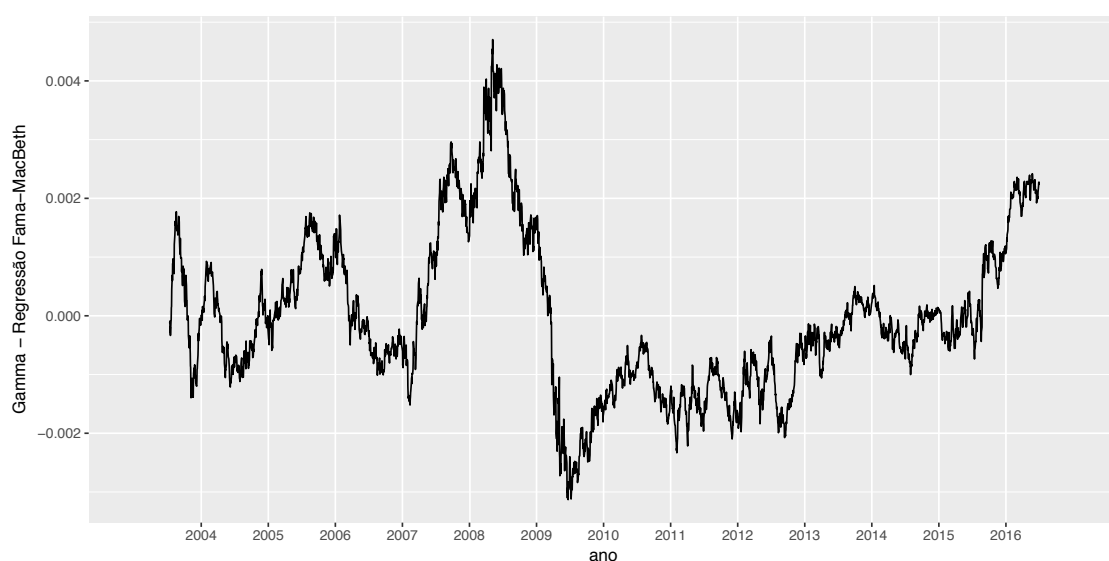
Tabela 3 - Estatísticas do prêmio pelo risco realizado e estimado, 2003 a 2016.

	Prêmio estimado: taxa livre de risco <i>Swap</i> DI 30 dias	Prêmio estimado: taxa livre de risco <i>T-Bill</i> 3 meses	Prêmio realizado (histórico)
Média Aritmética	0,0000%	0,0001%	0,0206%
Média Geométrica	-0,0254%	-0,0253%	0,0085%
Desvio-padrão	2,2728%	2,2723%	1,5569%
Erro-padrão	0,0003%	0,0003%	0,0002%
Estatística- <i>t</i>	0,129	0,246	91,791
Mínimo	-14,5048%	-14,4956%	-10,0718%
Q1	-1,2900%	-1,2905%	-0,7972%
Mediana	-0,0606%	-0,0612%	0,0394%
Q3	1,1337%	1,1320%	0,8886%
Máximo	32,9903%	32,9739%	14,1072%
Assimetria	1,2591	1,2581	0,1298
Curtose	15,9096	15,8912	6,0699
Prêmios diários positivos (% do total)	1.690 de 3.462 (48,82%)	1.690 de 3.462 (48,82%)	1.780 de 3.462 (51,42%)
Gamas diários com estatística- <i>t</i> significativa $\alpha = 0,05$ (% do total)	1.507 de 3.462 (43,53%)	1.509 de 3.462 (43,59%)	-
Gamas diários com estatística- <i>t</i> significativa $\alpha = 0,01$ (% do total)	1.056 de 3.462 (30,50%)	1.059 de 3.462 (30,59%)	-

Fonte: elaboração própria (2017).

Diante de tamanha variabilidade dos gamas nas regressões diárias, a Tabela 3 mostra que o número dessas regressões que se mostram significativas não chegam à metade do total das observações, nem mesmo com um intervalo de confiança de 95%. Convém uma análise em diferentes períodos para compreender o comportamento do prêmio pelo risco com o passar dos anos. O prêmio obtido ano a ano é apresentado na Figura 6. Os gamas diários foram suavizados em uma base de 252 dias de forma que apresentem o resultado do prêmio pelo risco do último ano imediatamente anterior a cada ponto do gráfico.

Figura 6 - Prêmio pelo risco do mercado brasileiro com base em *Swap* DI 30 dias.



Fonte: elaboração própria (2017).

Tal resultado ilustra como, em longos períodos, o mercado de capitais brasileiro apresenta prêmio pelo risco negativo, em função da grande volatilidade dos retornos, mesmo quando anualizados. Observa-se, também, que em longos períodos a tendência do prêmio se mostrou negativa, como em particular nos períodos posteriores à crise financeira mundial de 2007-2008. Mais recentemente, a exigência dos investidores tem levado a prêmios mais elevados, ascendendo desde 2015 com mais força, passando a representar um prêmio positivo.

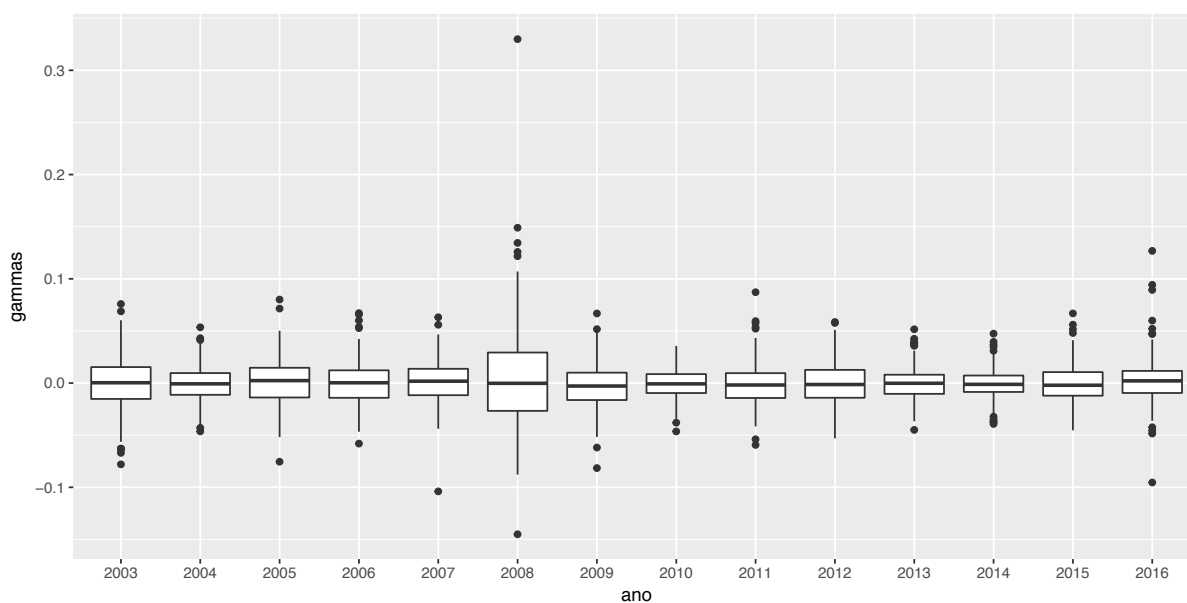
A Tabela 4 traz as estatísticas descritivas ano a ano, de forma que é possível identificar anos com prêmio ligeiramente positivos, como 2008 e 2016. Este anos também foram aqueles com os valores máximos e mínimos mais discrepantes, bem como maior assimetria positiva e curtose mais pronunciada. Tais resultados sugerem que anos como esses têm maior número de prêmios estimados positivos discrepantes, em caudas relativamente grossas à direita.

Tabela 4 - Estatísticas descritivas do prêmio estimado do mercado brasileiro ano a ano.

Ano	Média	D.P	Mín.	Q1	Mediana	Q3	Máx.	Assimetria	Curtose
2003	-0,01%	2,68%	-7,80%	-1,52%	0,03%	1,53%	7,58%	-0,14	0,29
2004	-0,07%	1,70%	-4,63%	-1,13%	-0,08%	0,96%	5,35%	0,16	0,18
2005	0,09%	2,14%	-7,55%	-1,38%	0,24%	1,47%	8,01%	-0,12	0,91
2006	-0,02%	2,11%	-5,81%	-1,41%	0,03%	1,22%	6,70%	0,29	0,36
2007	0,08%	1,97%	-10,39%	-1,16%	0,18%	1,37%	6,31%	-0,39	2,75
2008	0,37%	4,78%	-14,50%	-2,67%	-0,02%	2,93%	32,99%	1,52	8,39
2009	-0,24%	2,09%	-8,16%	-1,63%	-0,29%	1,00%	6,68%	0,03	0,90
2010	-0,10%	1,44%	-4,64%	-0,96%	-0,08%	0,86%	3,57%	0,03	0,10
2011	-0,20%	1,96%	-5,93%	-1,43%	-0,19%	0,95%	8,71%	0,57	1,96
2012	-0,04%	2,05%	-5,31%	-1,41%	-0,14%	1,26%	5,85%	0,29	0,03
2013	-0,04%	1,52%	-4,49%	-1,03%	-0,02%	0,80%	5,16%	0,31	0,51
2014	-0,06%	1,29%	-3,92%	-0,85%	-0,12%	0,72%	4,74%	0,18	1,33
2015	-0,01%	1,84%	-4,53%	-1,21%	-0,21%	1,05%	6,68%	0,50	0,60
2016	0,24%	2,12%	-9,54%	-0,95%	0,21%	1,17%	12,68%	1,06	7,95

Fonte: elaboração própria (2017).

Figura 7 - Distribuição anual das frequências dos gamas.



Fonte: elaboração própria (2017).

A avaliação do boxplot dos gamas (Figura 7) ilustra distribuições anuais com mediana muito próxima a zero para todos os anos e com retornos mínimos e máximos muito discrepantes para alguns anos. A amplitude interquartil (AIQ) mostra que, para a maioria dos

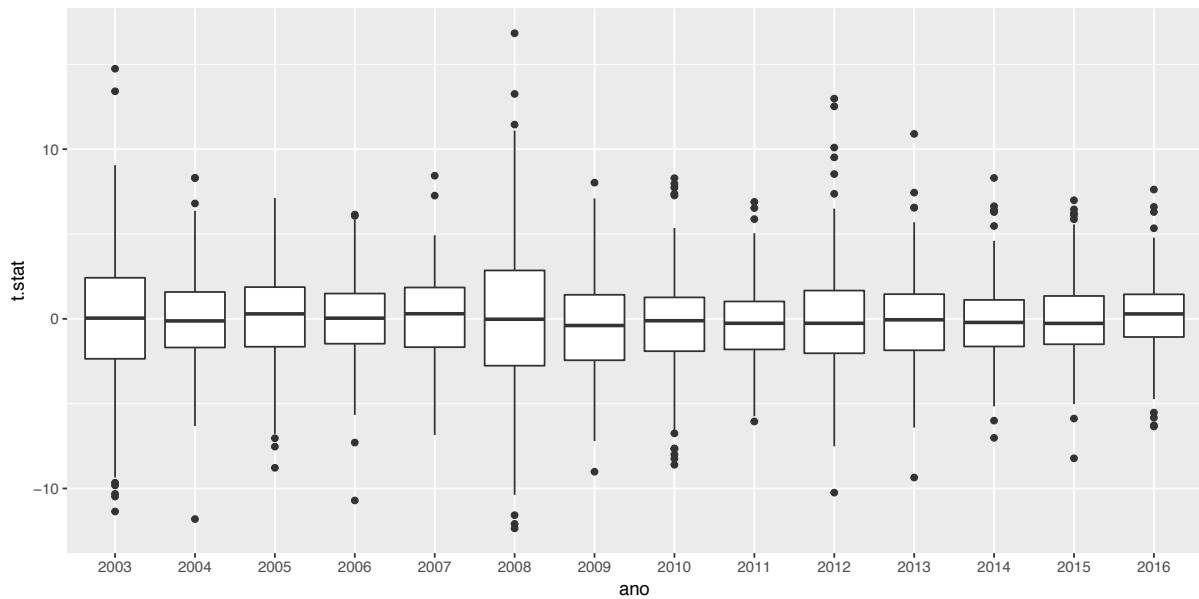
anos, a região que contém 50% das observações do retorno é semelhante e que os valores até o limite de 1,5AIQ corresponde a uma faixa em torno de -5% a +5%, aproximadamente. A exceção mais clara é o ano de 2008, em que tanto a amplitude interquartil é mais larga, quanto a distância dos *outliers* em relação à mediana é mais pronunciada. No outro extremo, o ano de 2014 parece ter sido aquele com menor dispersão do conjunto de dados.

A análise ano a ano mostra como poucos anos contam com regressões diárias cujas gamas se mostram significativamente diferentes de zero. O melhor dos casos, o ano de 2008 contou com 154 dias em que o teste-*t* confirmou a rejeição da hipótese nula de que os estimadores não são significantes, quando adotado um intervalo de confiança de 95%; sob um intervalo de confiança de 99%, pouco mais da metade dos gamas diários daquele ano se mostraram significantes, tendo qualquer outro ano uma quantidade consideravelmente menor de gamas diários significativos. Isso corrobora a ideia de que o prêmio pelo risco do mercado brasileiro oscila muito, mesmo quando agregado em uma base anual.

Tabela 5 - Gamas diários com estatística-*t* significativa e positivos a cada ano.

Ano	$\alpha = 0,05$ (% do total)	$\alpha = 0,01$ (% do total)	Prêmios diários positivos (% do total)
2003	139 (56,73%)	115 (46,94%)	124 (50,61%)
2004	106 (42,57%)	74 (29,72%)	118 (47,39%)
2005	103 (41,37%)	67 (26,91%)	134 (53,82%)
2006	98 (39,84%)	68 (27,64%)	125 (50,81%)
2007	111 (45,31%)	68 (27,76%)	129 (52,65%)
2008	154 (61,85%)	130 (52,21%)	123 (49,40%)
2009	121 (49,19%)	92 (37,40%)	109 (44,31%)
2010	107 (43,32%)	75 (30,36%)	111 (44,94%)
2011	87 (34,94%)	50 (20,08%)	111 (44,58%)
2012	122 (49,59%)	94 (38,21%)	116 (47,15%)
2013	108 (43,55%)	76 (30,65%)	122 (49,19%)
2014	89 (35,89%)	49 (19,76%)	116 (46,77%)
2015	86 (34,96%)	48 (19,51%)	113 (45,93%)
2016	76 (30,52%)	50 (20,08%)	139 (55,82%)

Fonte: elaboração própria (2017).

Figura 8 - Boxplot da distribuição das estatísticas do teste- t .

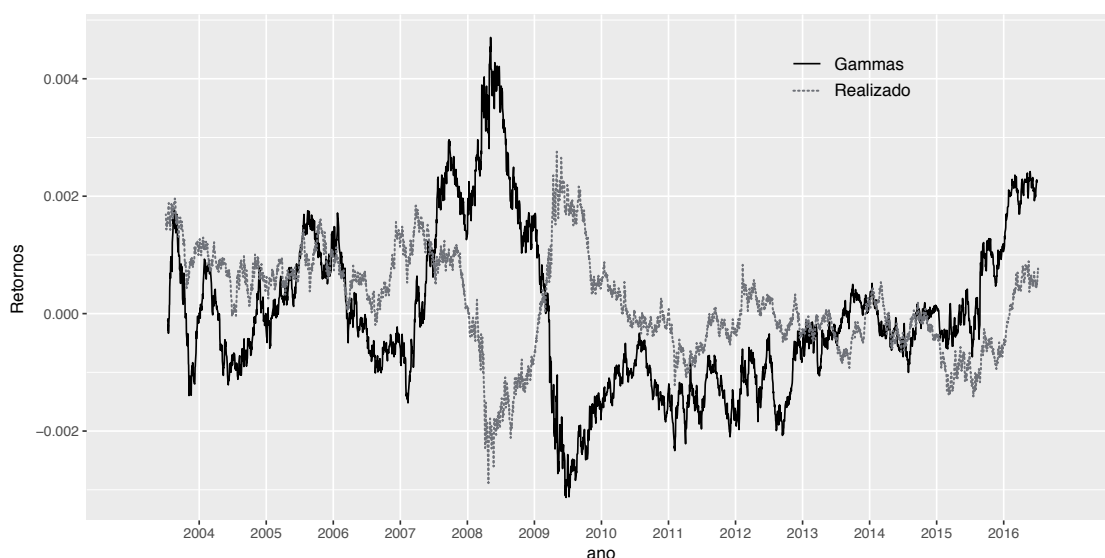
Fonte: elaboração própria (2017).

Considerando a possibilidade do parâmetro do prêmio pelo risco ser negativo, em um teste- t bicaudal, o boxplot da distribuição da estatística- t mostra que, na maioria dos anos, metade das frequências observadas da estatística- t de cada regressão diária tem valor de aproximadamente -2,5 e +2,5. A outra metade das observações se distribuem em valores mais elevados em módulo de t (acima de 5). Isso sugere que, para certa parcela dos coeficientes estimados, é possível rejeitar – com até 95% de confiança – a hipótese nula de que os parâmetros não têm significância estatística. Mais uma vez o ano de 2008 se mostra atípico; é o ano que apresenta distribuição com maiores valores de t , tanto na amplitude intraquartil quanto em máximos de t em módulo. É conveniente, porém, ter atenção à possibilidade de superestimação dos valores mais elevados de t , dado que o modelo de estimação utilizado pressupõe normalidade das variáveis:

Ao interpretar estas estatísticas- t deve-se manter em mente a evidência de Fama (1965a) e (Blume1970) que sugere que distribuições de retornos de ações têm "caudas grossas" em comparação à distribuição normal e provavelmente se ajustam melhor a distribuições estáveis simétricas não normais do que à normal. De Fama e Babiak (1968), esta evidência significa que quando se interpreta estatísticas- t grandes sob a premissa de que as variáveis subjacentes são normais, a probabilidade ou níveis de significância obtidos são passíveis de ser superestimados (FAMA; MACBETH, 1973, p. 619, tradução nossa)

A Figura 9 mostra como o prêmio *ex ante*, estimado sob a visão *forward-looking* dos investidores (no momento em que tomam suas decisões de investimento), não corresponde, necessariamente, aos prêmios realizados – que por sua vez correspondem à diferença entre o retorno de mercado e a taxa livre de risco passados. Em grandes quedas no mercado acionário há períodos em que o prêmio pelo risco se mostra elevado e vice versa³⁸; "[...] prêmios pelo risco realizados foram baixos subsequentes a períodos em que a razão P/L foi alta e vice versa. Esta é a base para a previsibilidade dos retornos na literatura de finanças" (CAMPBELL; SHILLER, 1988; FAMA; FRENCH, 1988 apud MEHRA; PRESCOTT, 2003, p. 12, tradução nossa). O ano de 2008 (auge da crise financeira do *subprime*) ilustra melhor tal fenômeno em que uma grande queda do mercado refletiu negativamente sobre os prêmios realizados, *ex post*, e positivamente sobre os prêmios estimados, *ex ante*.

Figura 9 - Comparação entre prêmio pelo risco *ex ante* e *ex post* (realizado).

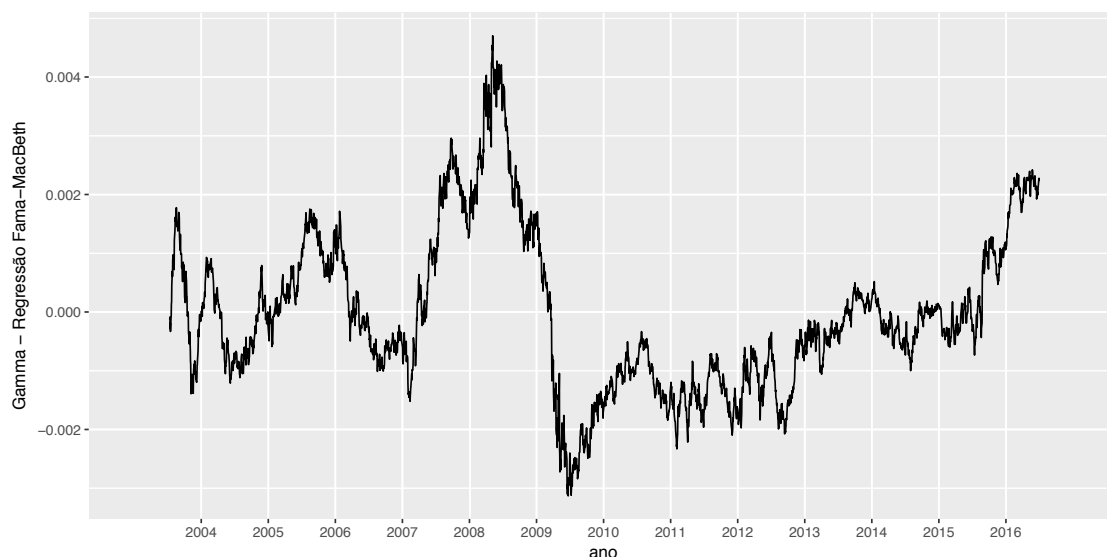


Fonte: elaboração própria (2017).

Em paralelo, pela segunda via sugerida (aquela que substitui o uso da taxa livre de risco brasileira pela taxa de juros dos EUA) obteve-se os resultados apresentados na Tabela 3 (página 50) e na Figura 10.

³⁸ Avaliando o caso brasileiro, Sanvicente e Minardi (2006, p. 9) corroboram empiricamente essa visão quando afirmam que "O comportamento da série de valores estimados de $E(r_m)$ [...] indica elevações rápidas em três momentos de crise [...] Ou seja, indica elevações de retornos exigidos em momentos nos quais houve queda generalizada de cotações no mercado de ações".

Figura 10 - Prêmio pelo risco do mercado brasileiro com base em *T-Bills* de 3 meses.



Fonte: elaboração própria (2017).

Tanto no período analisado como um todo, quanto através da agregação ano a ano, pouca diferença pode ser notada na adoção da taxa dos *T-Bills* de 3 meses em vez da taxa de *Swap* DI de 30 dias. Isto mostra como, mesmo sob a ótica de um investidor internacional – sujeito a uma taxa livre de risco bastante inferior, como a dos EUA, por exemplo – a grande volatilidade dos retornos do mercado brasileiro faz com que tal diferença entre as taxas livres de risco dos dois países tenha pouco impacto na avaliação final do prêmio pelo risco estimado para o mercado brasileiro. Não parece se sustentar a hipótese de que uma taxa de juros alta e persistente no Brasil seria responsável pelos períodos de prêmio negativo pelo risco.

Em particular neste estudo (com prêmio médio muito próximo a zero, para o período inteiro), é de se questionar o papel da grande volatilidade dos retornos como um desafio à correta estimação de um valor único e útil do prêmio pelo risco brasileiro em longo prazo, na tentativa de uso em aplicações reais e previsões futuras. "Essa volatilidade tem eliminado a representatividade das médias de mercado e a consistência do comportamento das taxas para projeções de tendências futuras" (NETO; LIMA; ARAÚJO, 2008, p. 82).

3.4.1. Comparação com resultados de estudos anteriores

Como já visto nas seções anteriores, a questão da estimação do prêmio pelo risco é objeto de muitos debates e pouco consenso. Os valores estimados variam muito entre países,

para um mesmo país em diferentes períodos, ou ainda em um mesmo país com períodos semelhantes mas com métodos de estimação diferentes. Além da contribuição de Mehra e Prescott (2003) na apresentação de prêmios pelo risco para o mercado dos EUA em diferentes períodos (Tabela 1), Hammond e Leibowitz (2011, p. 3) apresentaram a Tabela 6, com estimativas adicionais de pesquisadores distintos, deixando ainda mais evidente a diversidade de visões quanto ao prêmio para aquele país.

Tabela 6 - Estimativas com dados até o ano de 2001 do prêmio pelo risco dos EUA.

Fonte	Estimativa do prêmio pelo risco (%)
Arnott and Bernstein (2002)	0,0
Campbell and Shiller (2001)	0,0
McGrattan and Prescott (2001)	0,0
Ross, Goetzmann, and Brown (1995)	Baixo
Reichenstein (2001)	1,3
Campbell (2001)	1,5–2,5
Philips (2003)	1,0–3,0
Siegel (2002)	2,0
Bansal and Lundblad (2002)	2,5
Shoven (2001)	3,0
Siegel (1994)	3,0–4,0
Asness (2000)	4,0
Graham and Harvey (2001)	4,0
Ibbotson and Chen (2003)	4,0
Goyal and Welch (2002)	3,0–5,0
Fama and French (2002)	4,3
Cornell (1999)	5,0
Ibbotson and Sinquefeld (1976)	5,0
Welch (2000)	6,0–7,0
Média	3,7
Amplitude	0,0–7,0

Fonte: Hammond e Leibowitz (2011, tradução nossa).

No caso brasileiro, Gonçalves Júnior et al. (2011) utilizaram três abordagens distintas para estimar o prêmio pelo risco no período de janeiro de 1996 a dezembro de 2008. Na abordagem histórica obtiveram prêmios estimados que variaram entre 5% a 7%, com base nos índices IbrX e FGV-100; na abordagem prospectiva, com base em dividendos, 3,35%; e na abordagem indireta, através do CAPM enquanto modelo de mercado – a abordagem que mais se assemelha à praticada neste estudo – obtiveram valores entre -35% e -19%.

A Tabela 7 traz uma compilação de prêmios estimados por diversos autores para o caso brasileiro, sendo que parte deles, como "Bonomo e Domingues (2002), Alencar (2002), Soriano (2002), Sampaio (2002), E. A. Araújo (2005) Catalão e Yoshino (2006) e Santos (2006), apontaram uma possível inexistência do chamado enigma do prêmio pelo risco, divergindo, portanto, das conclusões de Cysne (2005)" (GONÇALVES JÚNIOR et al., 2011, p. 936). A amplitude das estimativas parece sugerir uma dificuldade adicional na estimação para o mercado brasileiro, sobre o qual este estudo alcançou uma estimativa bastante distinta.

Tabela 7 - Estimativas do prêmio pelo risco brasileiro conforme diversos autores.

Fonte	Estimativa do prêmio pelo risco (%)
Corrêa e Samanez (2002)	9,0
Leal (2002)*	8,2
Bonomo e Garcia (1994)	5,3
Sanvicente e Minardi (2006)	16,7
Sampaio (2002)	21,31
Bonomo and Domingues (2002)	10,25
Issler and Piqueira (2000, 2002)	29,06
Alencar (2002)	21,25
Cysne (2006)	15,92
Gonçalves Júnior et al. (2011) - histórica	5 a 7
Gonçalves Júnior et al. (2011) - prospectiva	3,35
Gonçalves Júnior et al. (2011) - indireta	-35 a -19

Fonte: elaboração própria (2017) a partir de Gonçalves Júnior et al. (2011), Sanvicente e Minardi (2006) e Cysne (2006).

*Valor estimado em dólares, para o período de 1974 a 2001, sendo que metade dos 168 meses do período avaliado tiveram prêmio negativo pelo risco, um resultado que corrobora o obtido neste presente estudo

Neto, Lima e Araújo (2008) tentam avaliar as idiossincrasias do mercado brasileiro que trariam desafios a estimação do prêmio pelo risco brasileiro, ao que apontam a relativa pequena quantidade de empresas, a concentração do capital das empresas em torno de poucos investidores (levando a problemas de liquidez no mercado), a reduzida qualidade da informação contábil e financeira, além de questões geradoras de incerteza como inflação, volatilidade cambial, típicas de países emergentes. "A aplicação do CAPM em mercados emergentes não costuma produzir resultados confiáveis, exigindo diversos ajustes de maneira a adequá-lo às características dessas economias" (NETO; LIMA; ARAÚJO, 2008, p. 82).

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A estimação do prêmio pelo risco se mostrou uma atividade prática desafiadora e os resultados obtidos não permitem afirmações muito conclusivas. Tal noção é apresentada em ampla bibliografia sobre o tema e parece confirmar o enigma do prêmio pelo risco. Este trabalho se deu como mais uma oportunidade de investigação do prêmio para o caso brasileiro e gerou interesse enquanto conhecimento incremental, ao fornecer mais uma estimativa do prêmio. Ainda assim, diante dos desafios de estimação, convém atenção ao método utilizado, período, levando em conta as questões que ainda não encontram forte consenso na literatura.

Em parte, a expectativa de que é possível construir portfólios com ativos individuais aparentemente não correlacionados a outros é frustrada em momentos de grandes movimentos de preços no mercado. Correções e momentos de crise costumam levar ao contágio não somente entre ativos distintos da mesma bolsa, como também em mercados acionários de diferentes países. Até mesmo Markowitz (1952, p. 79, tradução nossa), quando elaborava a teoria moderna de carteiras, alertava que "os retornos dos ativos são muito intercorrelacionados" de tal forma que "diversificação não pode eliminar todo o risco".

Mesmo que parte do problema seja a dificuldade em obter uma real diversificação, também se levanta a questão sobre a possibilidade da existência de outros fatores relevantes para a estimação do prêmio pelo risco, além do risco sistemático representado pelo beta. Tal hipótese acabaria colocando em risco a adoção do CAPM como modelo adequado ao teste que foi proposto neste trabalho. Kothari, Shanken e Sloan (1995 apud Marín e Rubio 2001, tradução nossa) observaram que seus resultados sugeriam que o coeficiente beta é uma medida apropriada de risco, o que não significa, porém, que o CAPM seja "um modelo apropriado para explicar os rendimentos médios dos ativos", de tal forma que "o beta não é a única medida de risco tal como sugere o CAPM. O risco beta é uma boa medida de risco, mas o CAPM, como modelo de avaliação, parece ser um modelo incompleto na hora de explicar os rendimentos médios dos ativos financeiros" (MARÍN; RUBIO, 2001, p. 439, tradução nossa). Em particular, no caso brasileiro, ainda é necessário levar em consideração peculiaridades das economias emergentes, motivo pelo qual é possível que o CAPM não se satisfaça facilmente nesses tipos de mercado.

Assim, este trabalho se mostra tanto um teste empírico na investigação do prêmio pelo risco do caso brasileiro e período analisado, quanto um teste empírico do modelo CAPM enquanto modelo adequado para este fim. Sugere, ainda, a possibilidade de estudos derivados,

com a complementação de um modelo com mais variáveis, aos moldes do modelo de cinco fatores de Fama e French (2015), investigando a significância de mais fatores de risco como explicativos do retorno do mercado acionário brasileiro, uma abordagem adotada por Rogers e Securato (2009), que investigam exatamente tal hipótese.

Ainda que sejam adotados modelos com mais fatores, o enigma do prêmio pelo risco tende a permanecer, decorrente das diferentes hipóteses adotadas quanto à questão do comportamento dos investidores, ao período adotado para testes empíricos, a definições da influência de fatores de demanda e oferta de recursos nos mercados acionários. Quanto à diversidade de visões, modelos e premissas adotadas, pode-se avaliar, para produção de um trabalho mais adequado ao tema, que:

Nós ainda frequentemente usamos diferentes definições de premissas e abordagens para o prêmio pelo risco, ou ainda as deixamos implícitas em nossas análises de ativos e *valuations*. Clareza adicional pode ajudar a reduzir o número de ocasiões em que estamos falando de coisas diferentes enquanto pensamos falar da mesma. Em segundo lugar, nós devemos ser claros sobre qual o modelo que estamos usando quando nós oferecemos uma previsão ou explicação do prêmio pelo risco. Nós temos visto que variações em nossas estimativas podem ser resultado de diferentes abordagens para o objetivo, circunstâncias e fatores comportamentais (HAMMOND; LEIBOWITZ, 2011, p. 15, tradução nossa).

Mesmo atentando para essas preocupações, a relevância do fator comportamental apresenta fonte incessante de diversidade nas estimações dos prêmios, influenciando, em diferentes trabalhos, tais estimações.

[...] diferentes circunstâncias de cada investidor levam a verdadeiras e irredutíveis diferenças no prêmio pelo risco que cada investidor pode enfrentar em dado tempo. Esta consideração final torna evidente como a interação destas múltiplas forças circunstanciais pode levar a um prêmio pelo risco que é muito mais multifacetado e complexo do que o tipicamente imaginado em modelos de desconto padrão, até mesmo quando levamos em consideração mudanças estruturais e cíclicas nos fatores mais objetivos (HAMMOND; LEIBOWITZ, 2011, p. 15, tradução nossa).

Diante destas ressalvas, a apresentação das estimativas em um ordenamento ano a ano permitiu verificar como, dentro do período de 2003 a 2016, a maioria dos anos apresentou médias próximas a zero e medianas ligeiramente negativas, sendo as exceções mais claras os anos de 2008 e 2016, que também apresentaram assimetria positiva e curtose pronunciada. Tal resultado parece sugerir que, em períodos de maior estresse (conforme sugere a literatura), o prêmio exigido pelos investidores se torna mais elevado. Apesar de não ter impacto significativo sobre os valores médios e medianos, a existência de discrepâncias da ordem de dois dígitos dão ideia da forte volatilidade dos prêmios nesses cenários. A elevada curtose

nesses dois anos específicos – somada à assimetria positiva – revelou que a maior densidade dos prêmios diários foi negativa, mas que – com uma cauda mais grossa à direita – há uma certa quantidade de prêmios muito discrepantes e positivos. Na avaliação do período como um todo, o prêmio estimado com médias e medianas próximas a zero sofre ainda influência da filtragem do modelo adotado, que pressupõe uma distribuição gaussiana.

Um resultado menos satisfatório do estudo foi o relativo baixo número de gamas diários (o prêmio pelo risco diário) que se mostraram estatisticamente significativos; menos da metade dos gamas das regressões diárias se mostraram significativos, com intervalo de confiança de 95%, e cerca de um terço do total, quando adotado intervalo de confiança de 99%. Apesar disto, o resultado não é de todo inesperado, dada a grande volatilidade envolvida nas séries de dados financeiros em estudos desta espécie, em especial com dados de um mercado menos maduro como o brasileiro.

Dando resposta, então, ao objetivo principal do estudo, o risco adicional do mercado acionário brasileiro (correspondente ao prêmio pelo risco), quando comparado às taxas livres de risco do Brasil e dos EUA, foi recompensador em poucos anos da amostra, se avaliados na forma de anos completos. Isto não significa que não houve subperíodos com prêmios positivos e recompensadores, mas sim que, em uma perspectiva de mais longo prazo, tendo em vista o período de 2003 a 2016, não é possível afirmar com segurança que o investimento em ativos arriscados compensou o risco adicional.

A avaliação da taxa livre de risco não pareceu ter sido um fator relevante para a estimação do prêmio pelo risco brasileiro, dado o tamanho da volatilidade dos prêmios diários em comparação à taxa diária obtida dos *Swaps* DI de 30 dias. A substituição desta pela taxa de juros livre de risco dos EUA (representada pelas *T-Bills* de 3 meses) teve um impacto marginal no prêmio pelo risco do mercado acionário brasileiro. Assim, não parece se sustentar a hipótese de que uma taxa de juros alta e persistente no Brasil seria responsável pelos períodos de prêmio negativo pelo risco.

Como continuidade para trabalhos futuros, é possível seguir dois caminhos para aprimorar o entendimento e estimação do prêmio pelo risco brasileiro. Um caminho diz respeito a adoção de um modelo que incorpore mais fatores de risco, além do risco beta como estimativa do risco sistemático. A adoção de um modelo multifatorial, como os modelos de três fatores de Fama e French (1993) ou de cinco fatores de Fama e French (2015), pode responder se mais fatores significativos, relativos às empresas e ao mercado acionário, devem ser incluídos no cálculo do risco de investimento nesses ativos. Também, a adoção de

modelos APT, da teoria de apreçamento por arbitragem, pode ser capaz de capturar o efeito de mais fatores de risco no mercado acionário brasileiro, através da inclusão de variáveis associadas a fatores econômicos subjacentes.

Outra via, que altera questões mais fundamentais, sai da ótica da teoria moderna de carteira de Markowitz (1952) em direção a uma visão da teoria pós-moderna de carteiras (TPMC), explorada por Sortino e Satchell (2001). Rom e Ferguson (1994), lembraram que os próprios Markowitz (1952) e Sharpe (1964) reconheciam as limitações da TMC e que "sob certas condições, a abordagem de média-variância pode parecer levar a previsões insatisfatórias de comportamento. Markowitz sugere que um modelo baseado na semi-variância (a média do quadrado dos desvios abaixo da média) seria preferível" (SHARPE, 1964, p. 428, tradução nossa).

Rom e Ferguson (1994) apontaram que as duas premissas mais fortes da TMC dizem respeito à normalidade dos retornos e à variância dos retornos dos portfólios ser a correta medida de risco. Sugeriram que tal paradigma pode ser superado com a adoção da TPMC, mais generalizada, da qual a TMC seria um caso particular. Para tal, adotaram uma medida assimétrica de risco que leva em consideração a meta do próprio investidor (o MAR, retorno mínimo aceitável), com base na ideia de *downside risk*, aquele que corresponde à volatilidade abaixo da meta do investidor. Este elemento de risco pode ser decomposto em *downside probability* e *downside magnitude*, enaltecendo a importância não só de medir a ocorrência dos eventos negativos, mas de avaliar as consequências e magnitude de tais falhas.

Tal abordagem permitiria, ainda, a utilização de outras distribuições diferentes da gaussiana, contornando uma importante limitação da TMC, buscando refletir distribuições com assimetria e curtose observadas no mundo real, de modo que "fornece uma representação mais precisa do verdadeiro formato de um ativo" (ROM; FERGUSON, 1994, p. 352, tradução nossa). É uma abordagem mais flexível que promete mais precisão na construção de portfólios eficientes em relação à tradicional abordagem de média-variância. Tal teoria parece ir ao encontro dos anseios do próprio criador da TMC que, em 1952, escreveu: "eu acredito que melhores métodos, que levam em conta mais informação, podem ser encontrados. Eu acredito que o que é necessário é essencialmente uma reformulação 'probabilística' da análise de ativos" (MARKOWITZ, 1952, p. 91, tradução nossa).

REFERÊNCIAS

- BANZ, R. W. The relationship between return and market value of common stocks. **Journal of Financial Economics**, v. 9, n. 1, p. 3–18, 1 mar. 1981. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X81900180>>. Acesso em: 11 set. 2017.
- BHANDARI, L. C. American Finance Association Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence. **The Journal of Finance**, v. 43, n. 2, p. 507–528, 1988. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2328473>>. Acesso em: 13 set. 2017.
- BLACK, F.; JENSEN, M.; SCHOLES, M. **The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests**. 1ª ed. New York: Praeger Publishers Inc., 1972. Disponível em: <http://www.maths.usyd.edu.au/u/UG/IM/MATH2070/r/BlackJensenScholes_StudiesInTheTheoryOfCapitalMarkets1972.pdf>. Acesso em: 07 jun. 2017.
- CANOVA, F.; DE NICOLÓ, G. **The Properties of the Equity Premium and the Risk-Free Rate: An Investigation Across Time and Countries** IMF Staff Papers. [s.l.] International Monetary Fund, 2003. Disponível em: <<http://www.imf.org/External/Pubs/FT/staffp/2003/02/pdf/canova.pdf>>. Acesso em: 12 abr. 2017.
- CYSNE, R. P. Equity-premium puzzle: evidence from Brazilian data. **Economia Aplicada**, v. 10, n. 2, p. 161–180, 2006. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ecoa/v10n2/a01v10n2.pdf>>. Acesso em: 20 ago. 2017.
- DANIEL, K. D.; HIRSHLEIFER, D.; SUBRAHMANYAM, A. Overconfidence, Arbitrage, and Equilibrium Asset Pricing. **The Journal of Finance**, v. 56, n. 3, p. 921–965, 2001. Disponível em: <<http://www.kentdaniel.net/papers/published/JF01.pdf>>. Acesso em: 07 jun. 2017.
- DIMSON, E.; MARSH, P.; STAUNTON, M. The Worldwide Equity Premium: A Smaller Puzzle. In: MEHRA, R. (Ed.). **Handbook of the Equity Risk Premium**. 1ª ed. [s.l.] Elsevier, 2008. p. 467–514. Disponível em: <<http://www.ssrn.com/abstract=891620>>. Acesso em: 01 mai. 2017.
- EECKHOUDT, L.; GOLLIER, C.; SCHLESINGER, H. Risk Aversion. In: **Economic and Financial Decisions under Risk**. Princeton: Princeton University Press, 2005. p. 3–25. Disponível em: <<http://assets.press.princeton.edu/chapters/s7945.pdf>>. Acesso em: 11 set. 2017.
- FAMA, E. F. Efficient Capital Markets : A Review of Theory and Empirical Work. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, p. 383–417, 1970. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2325486>>. Acesso em: 26 abr. 2017.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The Cross-Section of Expected Stock Returns. **Source: The Journal of Finance**, v. 47, n. 2, p. 427–465, 1992. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2329112>>. Acesso em: 10 set. 2017.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3–56, 1993. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X93900235>>. Acesso em: 26 abr. 2017.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The Equity Premium. **The Journal of Finance**, v. 57, n. 2, p. 637–659, abr. 2002. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1111/1540-6261.00437>>. Acesso em: 26 abr. 2017.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. **Journal of Economic Perspectives**, v. 18, n. 3, p. 25–46, 2004. Disponível em: <<http://www-personal.umich.edu/~kathrynd/JEP.FamaandFrench.pdf>>. Acesso em: 07 jun. 2017.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. A five-factor asset pricing model. **Journal of Financial Economics**, v. 116, p. 1–22, 2015. Disponível em: <http://ac.els-cdn.com/S0304405X14002323/1-s2.0-S0304405X14002323-main.pdf?_tid=70e77cca-4bae-11e7-96af-00000aacb35e&acdnat=1496860005_bd53027cd0d0b4237f74959ab455a009>. Acesso em: 07 jun. 2017.

FAMA, E. F.; MACBETH, J. D. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. **Journal of Political Economy**, v. 81, n. 3, p. 607–636, 1973. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1831028>>. Acesso em: 18 set. 2017.

GONÇALVES JÚNIOR, W. et al. Estimando o prêmio de mercado brasileiro. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 15, n. 5, p. 931–954, 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1415-65552011000500009&lang=pt>. Acesso em: 26 abr. 2017.

GORDON, M. J. The Savings Investment and Valuation of a Corporation. **The Review of Economics and Statistics**, v. 44, n. 1, p. 37–51, 1962. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1926621>>. Acesso em: 12 mai. 2017.

HAMMOND, P. B.; LEIBOWITZ, M. L. **Rethinking the equity risk premium: An overview and some new ideas** *Rethinking the equity risk premium*. [s.l.] Research Foundation of CFA Institute, 2011. Disponível em: <<http://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2470/rf.v2011.n4.7>>. Acesso em: 26 abr. 2017.

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13–37, 1965. Disponível em: <<http://finance.martinsewell.com/capm/Lintner1965a.pdf>>. Acesso em: 12 mai. 2017.

MARCONI, M.; LAKATOS, E. **Fundamentos de metodologia científica**. 5ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

MARÍN, J. M.; RUBIO, G. **Economía Financiera**. Barcelona: Antoni Bosch, 2001.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77, mar. 1952. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2975974?origin=crossref>>. Acesso em: 24 abr. 2017.

- MEHRA, R. The Equity Premium: Why Is It a Puzzle? (corrected). **Financial Analysts Journal**, v. 59, n. 1, p. 54–69, 2003. Disponível em: <<http://www.academicwebpages.com/preview/mehra/pdf/FAJ -RM.pdf>>. Acesso em: 12 mai. 2017.
- MEHRA, R.; PRESCOTT, E. The equity premium: A puzzle. **Journal of monetary Economics**, v. 15, p. 145–161, 1985. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304393285900613>>. Acesso em: 12 abr. 2017.
- MEHRA, R.; PRESCOTT, E. C. The equity premium in retrospect. **NBER Working Paper Series**. Cambridge, MA: NBER, 2003. Disponível em: <<http://www.nber.org/papers/w9525>>. Acesso em: 12 mai. 2017.
- MEHRA, R.; PRESCOTT, E. C. Non-Risk-based Explanations of the Equity Premium. In: MEHRA, R. (Ed.). **Handbook of the Equity Risk Premium**. 1ª ed. [s.l.] Elsevier, 2008. p. 101–115. Disponível em: <<https://www.academicwebpages.com/preview/mehra/pdf/Ch03-N50899.pdf>>. Acesso em: 26 abr. 2017.
- MERTON, R. C. Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case. **The Review of Economics and Statistics**, v. 51, n. 3, p. 247, 1969. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/pdf/1926560.pdf>>. Acesso em: 13 set. 2017.
- MERTON, R. C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. **Econometrica**, v. 41, n. 5, p. 867–887, 1973. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1913811>>. Acesso em: 07 jun. 2017.
- MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**, v. 34, n. 4, p. 768–783, 1966. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1910098>>. Acesso em: 13 set. 2017.
- MÜLLER, U. K. HAC Corrections for Strongly Autocorrelated Time Series. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 32, n. 3, p. 311–322, 2014. Disponível em: <<https://www.princeton.edu/~umueller/HACtest.pdf>>. Acesso em: 26 set. 2017.
- NEFIN - BRAZILIAN CENTER FOR RESEARCH IN FINANCIAL ECONOMICS OF THE UNIVERSITY OF SÃO PAULO. **Methodology**. Disponível em: <<http://nefin.com.br/methodology.html>>. Acesso em: 26 ago. 2017.
- NETO, A. A.; LIMA, F. G.; ARAÚJO, A. M. P. DE. Uma proposta metodológica para o cálculo do custo de capital no Brasil. **Revista de Administração**, v. 43, n. 1, p. 72–83, 2008. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/html/2234/223417484006/>>. Acesso em: 31 ago. 2017.
- PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. DE. **Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2ª ed. Novo Hamburgo: Editora Feevale, 2013.
- ROGERS, P.; SECURATO, J. R. Estudo comparativo no Mercado Brasileiro do Capital Asset Pricing Model (CAPM), modelo 3-Fatores de Fama e French e Reward Beta Approach. **RAC - Electronica**, v. 3, n. 1, p. 159–179, 2009. Disponível em:

<<http://go.galegroup.com/ps/i.do?id=GALE%7CA202074115&sid=googleScholar&v=2.1&it=r&linkaccess=fulltext&issn=19815700&p=AONE&sw=w&authCount=1&u=capes&selfRe direct=true>>. Acesso em: 31 ago. 2017.

ROLL, R. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests - Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. **Journal of Financial Economics**, v. 4, p. 129–176, 1977. Disponível em: <http://schwert.ssb.rochester.edu/f532/JFE77_RR.pdf>. Acesso em: 07 jun. 2017.

ROLL, R.; ROSS, S. A. The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning. **Financial Analysts Journal**, v. 40, n. 3, p. 14–19, 22–26, 1984. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/4478741>>. Acesso em: 13 set. 2017.

ROM, B. M.; FERGUSON, K. W. Post-Modern Portfolio Theory Comes of Age. **The Journal of Investing**, v. 3, n. 3, p. 11–17, 1994. Disponível em: <<http://www.ijournals.com/doi/pdfplus/10.3905/joi.3.3.11>>. Acesso em: 08 mai. 2017.

ROZEFF, M. Dividend yields are equity risk premiums. **The Journal of Portfolio Management**, v. 11, p. 68–75, 1984. Disponível em: <https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=819987>. Acesso em: 31 ago. 2017.

SALOMONS, R.; GROOTVELD, H. The Equity Risk Premium: Emerging versus Developed Markets. **Emergin Market Review**, v. 4, p. 121–144, 2003. Disponível em: <<http://www.ssrn.com/abstract=535662>>. Acesso em: 12 abr. 2017.

SANVICENTE, A. Z. Relevância de Prêmio por Risco País no Custo de Capital das Empresas. **RAC - Electronica**, v. 19, n. 3, p. 38–52, 2015. Disponível em: <<http://www.anpad.org.br/rac%5Cnhttp://dx.doi.org/10.1590/1982-7849rac2015140097>>. Acesso em: 03 abr. 2017.

SANVICENTE, A. Z.; MINARDI, A. **Análise da série histórica de prêmios pelo risco de mercado estimados pelo modelo de dividendos descontados** *Inspere Working Paper*. São Paulo: Inspere, 2006. Disponível em: <http://www.inspere.edu.br/sites/default/files/2006_wpe073.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2017.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2977928>>. Acesso em: 24 abr. 2017.

SORTINO, F. A.; PRICE, L. N. Performance Measurement in a Downside Risk Framework. **The Journal of Investing**, v. 3, n. 3, p. 59–64, 1994. Disponível em: <<http://www.ijournals.com/doi/pdf/10.3905/joi.3.3.59>>. Acesso em: 08 mai. 2017.

SORTINO, F. A.; SATCHELL, S. E. **Managing downside risk in financial markets**. Oxford; Boston: Butterworth-Heinemann, 2001.

APÊNDICE A – Código de R para estimação do prêmio com *Swap* DI 30 dias

```

setwd("~/Dados/_Cálculos")

list.of.packages <-
c("sandwich", "lmtest", "ggplot2", "rJava", "xlsxjars", "xlsx")
new.packages <- list.of.packages[!(list.of.packages %in%
installed.packages()[, "Package"])]
if(length(new.packages)) install.packages(new.packages)
library(sandwich)
library(lmtest)
library(ggplot2)
library(xlsx)

dados <- read.table("DadosOrganizadosv1.csv", header=TRUE, sep =
';', dec = ',')
dados$Data <- as.Date(dados$Data, format='%d/%m/%y')

T <- 500 # Janela de estimação
L <- dim(dados)[1] # Número de linhas dos dados
N <- dim(dados)[2] # Número de colunas dos dados
betas <- matrix(nrow=(L-T), ncol=N-3)
std.err.betas <- matrix(nrow=(L-T), ncol=N-3)
gammas <- matrix(nrow=(L-T), ncol=1)
std.err.gammas <- matrix(nrow=(L-T), ncol=1)

for (i in 1:(L-T)){ # loop para cada janela de estimação
  for (j in (4:N)){ # loop para cada portfólio
    print(sprintf("Iteração: %d", i))
    print(sprintf("de um total de: %d", (L-T)))

    # define dados desta iteração
    carteira.mercado <- dados[i:(T+i-1), 3]
    portfolio <- dados[i:(T+i-1), j]

    # passo 1: estima CAPM, guarda betas e erro padrão robusto (HAC)
    capm <- lm(portfolio~carteira.mercado)
    betas[i, (j-3)] <- capm$coefficients[2]
  }

  # passo 2: regressão Fama-Macbeth, guarda gammas e erro padrão
  robusto (HAC)
  retornos <- as.numeric(dados[(T+i), 4:N])
  x <- betas[i, ]
  fm <- lm(retornos~x)
  gammas[i] <- fm$coefficients[2]
  HAC <- vcovHAC(fm)
  std.err.gammas[i] <- coefTest(fm, vcov=HAC)[4]
}

resultados_brasil <-
data.frame(data=dados$Data[(T+1):L], ano=format(dados$Data[(T+1):L], '
%Y'), gammas=gammas, erro.padrao.gammas=std.err.gammas, t.stat=gammas/s
td.err.gammas)
write.xlsx(resultados_brasil, "resultados_brasil.xlsx")

```

```

# Grafico 1 - Média dos Gammas em uma janela de 252 dias
p1 <- ggplot(data = resultados_brasil, aes(x = data, y = gammas))
p1 <- p1 + geom_line(aes(y=rollmean(gammas, 252, na.pad=TRUE)))
p1 <- p1 + labs(x = 'Data', y = 'Gamma - Regressão Fama-MacBeth')
print(p1)

# Gráfico 2 - Boxplot dos Gammas por ano
p2 <- ggplot(data = resultados_brasil, aes(x = ano, y = gammas)) +
  geom_boxplot()
print(p2)

# Gráfico 3 - Boxplot das estatísticas t por ano
p3 <- ggplot(data = resultados_brasil, aes(x = ano, y = t.stat)) +
  geom_boxplot()
print(p3)

# Grafico 4 - Média dos Prêmios Históricos em uma janela de 252 dias
historico <- read.table("premioHistoricoRealizado.csv", header=TRUE,
  sep = ';', dec = ',')
historico$data <- as.Date(historico$data, format='%d/%m/%y')

p4 <- ggplot(data = historico, aes(x = data, y =
  historico$realizado))
p4 <- p4 + geom_line(aes(y=rollmean(historico$realizado, 252,
  na.pad=TRUE)))
p4 <- p4 + labs(x = 'Data', y = 'Prêmio Realizado')
print(p4)

```

APÊNDICE B – Código de R para estimação do prêmio com *T-Bills* 3 meses

```

setwd("~/Dados/_Cálculos")

list.of.packages <-
c("sandwich","lmtest","ggplot2","rJava","xlsxjars","xlsx")
new.packages <- list.of.packages[!(list.of.packages %in%
installed.packages()[,"Package"])]
if(length(new.packages)) install.packages(new.packages)
library(sandwich)
library(lmtest)
library(ggplot2)
library(xlsx)

dados <- read.table("DadosOrganizados_internacional.csv",
header=TRUE, sep = ';', dec = ',')
dados$Data <- as.Date(dados$Data, format='%d/%m/%y')

T <- 500 # Janela de estimação
L <- dim(dados)[1] # Número de linhas dos dados
N <- dim(dados)[2] # Número de colunas dos dados
betas <- matrix(nrow=(L-T),ncol=N-3)
std.err.betas <- matrix(nrow=(L-T),ncol=N-3)
gammas <- matrix(nrow=(L-T),ncol=1)
std.err.gammas <- matrix(nrow=(L-T),ncol=1)

for (i in 1:(L-T)){ # loop para cada janela de estimação
  for (j in (4:N)){ # loop para cada portfólio
    print(sprintf("Iteração: %d", i))
    print(sprintf("de um total de: %d", (L-T)))

    # define dados desta iteração
    carteira.mercado <- dados[i:(T+i-1),3]
    portfolio <- dados[i:(T+i-1),j]

    # passo 1: estima CAPM, guarda betas e erro padrão robusto (HAC)
    capm <- lm(portfolio~carteira.mercado)
    betas[i,(j-3)] <- capm$coefficients[2]
  }

  # passo 2: regressão Fama-Macbeth, guarda gammas e erro padrão
  robusto (HAC)
  retornos <- as.numeric(dados[(T+i),4:N])
  x <- betas[i,]
  fm <- lm(retornos~x)
  gammas[i] <- fm$coefficients[2]
  HAC <- vcovHAC(fm)
  std.err.gammas[i] <- coeftest(fm, vcov=HAC)[4]
}

resultados_internacional <-
data.frame(data=dados$Data[(T+1):L],ano=format(dados$Data[(T+1):L],
' %Y'),gammas=gammas,erro.padrao.gammas=std.err.gammas,t.stat=gammas/s
td.err.gammas)

```

```
write.xlsx(resultados_internacional,
"resultados_internacional.xlsx")

# Grafico 1 - Média dos Gammas em uma janela de 252 dias
p1 <- ggplot(data = resultados_internacional, aes(x = data, y =
gammas))
p1 <- p1 + geom_line(aes(y=rollmean(gammas, 252, na.pad=TRUE)))
p1 <- p1 + labs(x = 'Data', y = 'Gamma - Regressão Fama-MacBeth')
print(p1)

# Gráfico 2 - Boxplot dos Gammas por ano
p2 <- ggplot(data = resultados_internacional, aes(x = ano, y =
gammas)) + geom_boxplot()
print(p2)

# Gráfico 3 - Boxplot das estatísticas t por ano
p3 <- ggplot(data = resultados_internacional, aes(x = ano, y =
t.stat)) + geom_boxplot()
print(p3)
```